BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

TOMUL XVII (XXI)

Fasc. 1–2

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1971

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU, prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar), conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Prof. dr. ing. C. CIOBANU
Conf. ing. VL. BOGHIAN
Conf. dr. ing. A. RADU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2 1971

Secția V

CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

M. DIACONU, Determinarea deplasărilor punctuale în problemele plane ale elasticității folosind generalizarea metodei Mohr-Maxwell (franc., rez. rom.) 1

AL. NEGOIȚĂ și V. IANCĂU, Considerații asupra combinării încărcărilor climatice din zăpadă și vînt (germ., rez. rom.) . . . 15

D. PRECUPANU, Considerații asupra stabilității generale a grinzilor drepte comprimat-încovoiate (franc., rez. rom.) 25

TUDOR SILION și IULIAN IONESCU, Calculul radierului sasului în ipoteza Winkler, cu ajutorul matricelor de transfer (rom., rez. franc.) 31

GH. NISTOR, EUGEN POPA, CALISTRU APREUTESEI, IULIAN BARBĂLATĂ și GH. GAVRILOV, Studiul comportării unui pod de beton precomprimat folosind metode geodezice (rom., rez. rusă) 41

C. ANTON, Cercetări privind determinarea caracteristicilor elastice ale pămînturilor folosite ca teren de fundație la lucrări de drumuri (rom., rez. franc.) 49

C. PLĂCINTĂ, Cercetări experimentale privind comportarea unor mixturi bituminoase la solicitări repetate (rom., rez. franc.) . . 57

C. BRANIȘTE, ELENA BOTEZ și ORTENSIA POPESCU, Influența alcoolilor $C_5 \ldots C_8$, simpli și sulfatați, ca adaose la mortare normale (rom., rez. franc.) 65

Pag.

FLORICA VASILESCU, ELISABETA PĂUNEL, ECATERINA SOFRONIE, RADU GRIGORESCU și C. CARAMAN, Cercetări asupra proprietăților fizico-mecanice ale cimentului aluminos românesc (rom., rez. franc.) 73

LONGHIN MACAREVICI, M. DIMA, C. MANOLIU, DAN PINTILIE, EMIL VORNICU, IULIAN IONESCU și EMANOIL BĂRSAN, Studiul eficienței tehnico-economice a lacului de decantare Chirița. Alimentarea cu apă a orașului Iași 83

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XVII (XXI), Fasc. 1—2 1971

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pag.

M. DIACONU, Détermination des déplacements ponctuels dans les problèmes planes de l'élasticité, en utilisant la généralisation de la méthode Mohr-Maxwell (French, Romanian summary) . . . 1

AL. NEGOIȚĂ und V. IANCĂU, Über das Zusammenwirken von Schnee- und Windlast auf Bauwerke (German, Romanian summary) 15

D. PRECUPANU, Considérations sur la stabilité générale des poutres droites soumises à une flexion—compression (French, Romanian summary) 25

TUDOR SILION et IULIAN IONESCU, Calcul du radier de la chambre d'écluse à l'aide des matrices de transfert dans l'hypothèse de Winkler (Romanian, French summary) 31

GH. NISTOR, EUGEN POPA, CALISTRU APREUTESEI, IULIAN BARBĂLATĂ et GH. GAVRILOV, L'étude du comportement d'un pont de béton précontraint en utilisant des méthodes géodésiques (Romanian, Russian summary) 41

C. ANTON, Recherches concernant la détermination des caractéristiques élastiques des terres, en vue de leur utilisation comme fondations pour les chaussées (Romanian, French summary) . 49

C. PLĂCINTĂ, Recherches expérimentales sur le comportement de quelques mixtures bitumineuses soumises à des sollicitations répétées (Romanian, French summary) 57

C. BRANIȘTE, ELENA BOTEZ et ORTENSIA POPESCU, Influence des alcools supérieurs $C_5 \ldots C_8$ simples et sulfonés comme adjuvants aux mortiers normaux (Romanian, French summary) . . 65

Pag.

FLORICA VASILESCU, ELISABETA PĂUNEL, ECATERINA SOFRONIE, RADU GRIGORESCU et C. CARAMAN, Études sur les propriétés physico-mécaniques du ciment alumineux roumain (Romanian, French summary) 73

LONGHIN MACAREVICI, M. DIMA, C. MANOLIU, DAN PINTILIE, EMIL VORNICU, IULIAN IONESCU und EMANOIL BĂRSAN, Über die Wirtschaftlickeit des Sees Chirița als Klärbecken. Wasserversorgung der Stadt Jassy 83

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XVII (XXI), вып. 1—2 1971

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

М. ДИАКОНУ, Определение перемещений в задачах двухмерной упругости используя обобщение метода Мора-Максвелла (франц., рез. рум.) . 1

АЛ. НЕГОИЦЭ и В. ЯНКЭУ, О комбинировании климатических (снеговой и ветровой) нагрузок (нем., рез. рум.) 15

Д. ПРЕКУПАНУ, Об общей устойчивости сжато-изогнутых стержней (франц., рез. рум.) 25

ТУДОР СИЛИОН и ЮЛИАН ИОНЕСКУ, Расчет днищ камер удовлетворяющих гипотезе винклера при помощи матриц перемещения (рум., рез. франц.) 31

Г. НИСТОР, ЕУДЖЕН ПОПА, КАЛИСТРУ АПРЕУТЕСЕЙ, ЮЛИАН БАРБЭЛАТЭ и Г. ГАВРИЛОВ, Исследование работы бетонного предварительно напряжённого моста геодезическими методами (рум., рез. русск.) 41

К. АНТОН, Исследования определения упругих характеристик земель используемых в качестве фундамента в дорожных работах (рум., рез. франц.) 49

К. ПЛЭЧИНТЭ, Экеперименталные исследования победения некоторых битуминозных смесей при повторных нагрузках (рум., рез. франц.) . 57

К. БРАНИШТЕ, ЕЛЕНА БОТЕЗ и ОРТЕНСИА ПОПЕСКУ, Влияние высших простых и сульфатированных алькоголов $C_5...C_8$ в качестве довавочных материялов к нормальным растворам (рум., рез. франц.) . . 65

Стр.

ФЛОРИКА ВАСИЛЕСКУ, ЕЛИСАБЕТА ПЭУНЕЛ, ЕКАТЕРИНА СОФРОНИЕ, РАДУ ГРИГОРЕСКУ и К. КАРАМАН, Исследование физико-механических свойств румынского глиноземнистого цемента (рум., рез. франц.) 73

ЛОНГИН МАЛАРЕБИЧ, М. ДИМА, К. МАНОЛЮ, ДАН ПИНТИЛИЕ, ЭМИЛ ВОРНИКУ, ЮЛИАН ИОНЕСКУ и ЕМАНОИЛ БЫРСАН, Анализ технико-экономичной эффективности отстаивания воды в озере Кирица. Водоснабжение города Яссы. 83

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. D. 539.3

DÉTERMINATION DES DÉPLACEMENTS PONCTUELS DANS LES PROBLÈMES PLANES DE L'ÉLASTICITÉ, EN UTILISANT LA GÉNÉRALISATION DE LA MÉTHODE MOHR-MAXWELL

PAR

M. DIACONU

1. Introduction

La solution des problèmes d'élasticité plane, ayant comme but de déterminer l'état de tension et de déformation, consiste en fait, dans le choix d'une fonction de tension $F(x, y)$, nommée la fonction de Airy, qui puisse satisfaire l'équation bi-harmonique

$$\frac{\partial^4 E}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \tag{1}$$

et les conditions de contour du domaine donné, respectivement de l'élément de construction analysé.

Les problèmes mixtes — où l'on peut encadrer beaucoup d'exemples pratiques, quand certains conditions de contour doivent être exprimées en déplacements, même dans un nombre limité de points, — ont été résolus un peu plus difficilement, et dans la littérature de spécialité ils sont analysés assez rarement. Cette situation est due au fait que la détermination des déplacements dans la théorie de l'élasticité, par voie habituelle, constitue une opération assez laborieuse et difficile.

C'est pourquoi nous considérons que la *présentation de certaines méthodes qui permettent de déterminer plus simplement les déplacements ponctuels dans l'élasticité plane*, peut intéresser dans la solution de beaucoup de problèmes posés par la pratique des ingénieurs.

2. Généralisation de la méthode Mohr-Maxwell

C'est un fait connu que dans la mécanique des systèmes de barres on a établi, par des recherches entreprises dans un grand délai de temps, des relations pour le calcul des efforts et des déplacements, qui remplissent les conditions deman-

dées par le calcul des constructions : elles sont simples, faciles à manipuler dans les calculs pratiques et reflètent en même temps assez correctement la réalité physique.

Voilà pourquoi, à l'heure actuelle, on a posé le problème de la généralisation de certains théorèmes et méthodes, valables dans le cas des systèmes de barres, pour les problèmes planes ou même spatiaux de la théorie de l'élasticité et de la plasticité [1]...[3], [6], [7].

Parmi les méthodes employées dans la statique des systèmes la barres, *la méthode Mohr-Maxwell* pour le calcul des déplacements ponctuels est celle qui a prouvé dans la plus grande mesure son caractère universel, en étant employée aussi dans le domaine des déformations élastiques que dans celui des déformations plastiques, dans la statique et dans la dynamique, dans les problèmes linéaires de l'élasticité, dans certains problèmes de rhéologie, etc.

Ce caractère universel de la méthode Mohr-Maxwell pour le calcul des déplacements résulte de l'universalité du principe des déplacements virtuels qui s'applique à sa déduction.

On va montrer *l'extension de cette méthode* dans la solution des problèmes de la mécanique du corps déformable et en particulier *des problèmes d'élasticité plane.*

Ainsi, si l'on veut déterminer le déplacement Δ_{ip} d'après une certaine direction du point i d'un corps déformable fixé et actionné par un système de charges P, nous procédons de la manière suivante : nous considérons le corps actionné par une force auxiliaire (fictive) $S_i = 1$ appliquée dans le point et sur la direction du déplacement recherché et ensuite nous considérons le même corps actionné par le système de charges P qui produira dans la direction de la force S_i le déplacement Δ_{ip}. En nous situant dans l'hypothèse des petites déformations et en appliquant le principe des déplacements virtuels, on aura :

$$1 \cdot \Delta_{ip} + W_{ps} = 0, \tag{2}$$

où W_{ps} est le travail total des efforts intérieurs produits par la force $S_i = 1$ avec les déplacements produits par le groupe de forces P.

Il en résulte :

a) *pour l'état spatial de tension :*

$$1 \cdot \Delta_{ip} = \int_V (\bar{\sigma}_x \varepsilon_x + \bar{\sigma}_y \varepsilon_y + \bar{\sigma}_z \varepsilon_z + \bar{\tau}_{xy} \gamma_{xy} + \bar{\tau}_{yz} \gamma_{yz} + \bar{\tau}_{zx} \gamma_{zx}) dV ; \tag{3}$$

b) *pour l'état plan de tension :*

$$1 \cdot \Delta_{ip} = \int_V (\bar{\sigma}_x \varepsilon_x + \bar{\sigma}_y \varepsilon_y + \bar{\tau}_{xy} \gamma_{xy})\, dV, \tag{4}$$

où les contraintes marquées par une barre représentent l'état de tension produit par l'action de la force $S_i = 1$ et les déformations spécifiques ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} représentent l'état de déformation produit par l'action des forces P.

La relation (3) *représente la formule universelle pour déterminer les déplacements ponctuels dans le cas du corps déformable.*

Dans le cas du comportement élastique du corps, les déformations spécifiques s'expriment, en fonction des contraintes, conformément à la loi de H o o k e généralisée.

L'utilisation de la relation (4) pour la détermination du déplacement Δ_{ip} dans les problèmes plans de l'élasticité, est générale, mais elle ne représente pas une solution plus simple que celle habituelle, connue, parce qu'il est nécessaire d'établir la fonction de tensions, respectivement les contraintes et les déformations spécifiques, dans deux situations de chargement, pour le même domaine (par exemple, pour la même poutre qui doit être solutionnée deux fois).

Pourtant, *dans le cas des problèmes d'élasticité plane*, qui sont intérieurement hyperstatiques, on peut aboutir à des simplifications appréciables dans *la détermination des déplacements ponctuels*, en généralisant l'observation utilisée à *l'évaluation des déplacements ponctuels* d'un système de barres hyperstatiques, où il n'est pas nécessaire que les deux séries d'efforts (des forces réelles et de la force unitaire) soient calculées sur le système hyperstatique réel [5], [6].

Ainsi, *dans le cas d'un problème d'élasticité plane*, comme par exemple la détermination du déplacement Δ_{ip} du point i situé sur le contour d'une poutre-paroi conformément à la fig. 1 *a*, dont nous connaissons l'état de tension produit par les forces P, dans l'état virtuel correspondant au déplacement recherché, au lieu du domaine réel on peut prendre le système de barres sous la forme de cadre *ACDiB* (les axes des barres du cadre coïncident avec le contour du domaine donné, fig. 1 *b*).

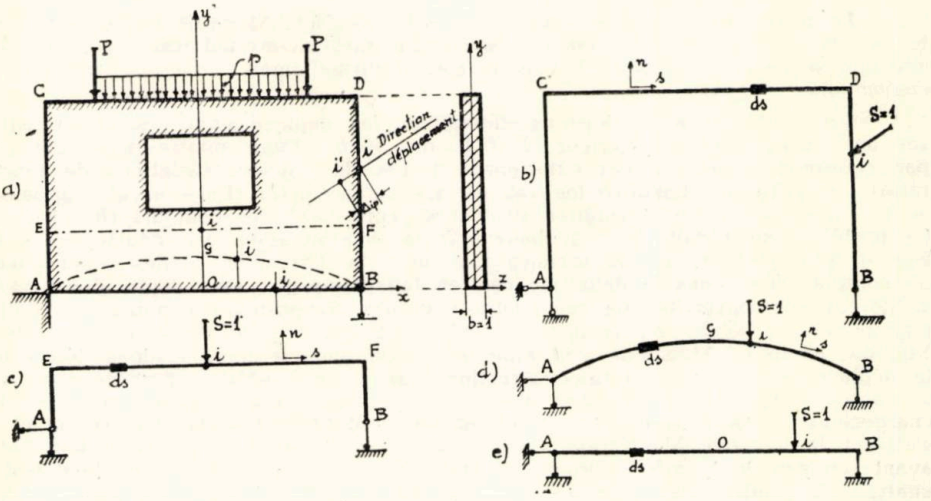


Fig. 1.

Les efforts intérieurs du cadre, produits par l'action de la force $S=1$, sont l'effort normal $\overline{N}$, le moment fléchissant $\overline{M}$, l'effort tranchant $\overline{T}$, toujours avec les signes connus de la statique.

À l'effort $\overline{N}$ de l'état virtuel correspond, dans l'état réel, la déformation spécifique linéaire $\varepsilon_s^{(p)}$ au long du contour du domaine analysé, au moment fléchissant $\overline{M}$ correspond la rotation spécifique $\theta_n^{(p)}$ sur la direction d'action du moment et à l'effort tranchant $\overline{T}$, dans le système des coordonnées n, s considéré pour les points du contour (n — la normale au contour et s — au long du contour) correspond le glissement spécifique $-\gamma_{ns}^{(p)}$ (la règle des signes pour T ne coïncide pas avec celle utilisée dans la théorie de l'élasticité pour τ_{ns}).

Comme dans l'état virtuel ($S_i=1$) on a considéré un système de barres, et dans l'état réel les déplacements correspondants aux efforts de l'état virtuel existent seulement au long du contour, le travail des efforts intérieurs de l'état virtuel du cadre par les déplacements réels du domaine analysé — *à la condition que dans les points angulaires les déformations de glissement soient nulles* — est donné par l'expression qu'on obtient par la transformation et la particularisation de la relation (4) :

$$1\cdot\Delta_{ip}=\sum\int_{s_0}^{s}(\overline{N}\,\varepsilon_s^{(p)}+\overline{M}\,\theta_n^{(p)}-\overline{T}\,\gamma_{ns}^{(p)})\,ds. \tag{5}$$

Les limites d'intégration correspondent au commencement et à la fin des zones du contour, où $\overline{N}$, $\overline{M}$ et $\overline{T}$ ont des valeurs différentes de zéro.

La possibilité *de généraliser la formule de Mohr-Maxwell mêmes aux problèmes plans de l'élasticité*, dans la manière que nous avons indiquée, *peut être fondée* non seulement du point de vue du travail virtuel, mais aussi *du point de vue cinématique*.

Sans doute, si nous désirons déterminer les déplacements des points situés sur un certain contour intérieur *AEiFB* ou *AGiB* d'une poutre-paroi, produits par certaines actions (forces extérieures, forces de volume, variations de température), il suffit de connaître les valeurs des déplacements (linéaires et angulaires) de tous les segments élémentaires ds dont se composent ces contours (fig. 1 *c*, *d*). Le problème se réduit donc seulement à la détermination des déplacements du contour plan *AEiFB* dans le premier cas, ou à la détermination des déplacements du contour *AGiB* dans le deuxième cas, en tenant compte, sans doute, des liaisons existantes des extrémités de ces contours et des composantes connues des déformations et des déplacements des segments élémentaires qui constituent, en totalité, ces contours. Mais l'on voit clairement que, lorsque nous voulons déterminer le déplacement sur une certaine direction d'un point i situé à l'intérieur ou sur le contour d'un certain domaine plan (poutre, poutre-paroi), sous l'action des chargements réels, il suffit de considérer un contour qui passe par ce point et d'utiliser la méthode Mohr-Maxwell (5), prenant dans l'état virtuel une barre ayant son axe de la même forme que celle du contour considéré dans le domaine analysé (la poutre réelle) et actionné par la force $S_i=1$ dans le point i selon la direction du déplacement recherché.

Si nous voulons déterminer le déplacement d'après la verticale du point i situé sur le côté inférieur de la poutre-paroi de la fig. 1, nous considérons, dans l'état virtuel, la poutre simplement appuyée représentée dans la fig. 1 *e*.

Revenant à l'expression (5), nous montrons que si dans la statique des systèmes de barres on peut écrire les expression des déformations de cette relation en fonction de $N^{(p)}$, $M^{(p)}$ et $T^{(p)}$, dans le problème plan de l'élasticité, elles s'expriment en fonction des contraintes, et ceux-ci, à leur tour, s'expriment à l'aide de la fonction de A i r y.

Tenant compte de la loi de H o o k e généralisée

$$\varepsilon_s = \frac{1}{E}(\sigma_s - \mu\sigma_n), \qquad \gamma_{ns} = \frac{\tau_{ns}}{G} = \frac{2(1+\mu)}{G}\tau_{ns}, \tag{6}$$

et du fait que la rotation spécifique de la normale dans un point du contour d'un certain domaine peut être exprimée par le déplacement u_s au long du contour, respectivement ε_s,

$$\theta = -\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial n} = -\frac{\partial^2 u_s}{\partial s\, \partial n} = -\frac{1}{E}\left(\frac{\partial \sigma_s}{\partial n} - \mu \frac{\partial \sigma_n}{\partial n}\right), \tag{7}$$

on obtient *la formule de Mohr-Maxwell généralisée pour les problèmes de l'élasticité plane, (état plan de tension)*, sous la forme :

$$\Delta_{ip} = \frac{1}{E}\int_{s_0}^{s} \overline{N}\,(\sigma_s^{(p)} - \mu\sigma_n^{(p)})\,ds - \frac{1}{E}\int_{s_0}^{s} \overline{M}\left(\frac{\partial \sigma_s^{(p)}}{\partial n} - \mu\,\frac{\partial \sigma_n^{(p)}}{\partial n}\right)ds - \tag{8}$$

$$-\frac{2(1+\mu)}{E}\int_{s_0}^{s} \overline{T}\,\tau_{ns}^{(p)}\,ds.$$

Puisque $\overline{T} = d\overline{M}/ds$, il résulte que dans le cas où $\overline{M}$ présente des discontinuités au long du contour sur lequel s'élargit l'intégration, la dernière intégrale de la relation (8), qui contient $\overline{T}$, devra être traitée comme une intégrale S t i e l t j e s [3], [4]. C'est pourquoi il est plus indiqué d'effectuer une série de transformations qui nous conduisent à la relation

$$\Delta_{ip} = -\frac{1}{E}\int_{s_0}^{s}\left[\frac{\partial \sigma_s^{(p)}}{\partial n} + (2+\mu)\frac{\partial \sigma_n^{(p)}}{\partial n}\right]\overline{M}\,ds + \frac{1}{E}\int_{s_0}^{s}[\sigma_s^{(p)} - \mu\,\sigma_n^{(p)}]\,\overline{N}\,ds, \tag{9}$$

où sous le signe intégrale nous n'avons que $\overline{M}$ et $\overline{N}$.

Cette formule peut être employée habituellement, au calcul pratique des déplacements ponctuels dans les problèmes plans de l'élasticité.

Bien sûr, on peut faire appel à „l'analogie de cadre" (utilisée dans

les méthodes numériques de résolution des problèmes plans) introduite d'abord par A. P. Sinitzine (1936), généralisée par P. M. Varvak [8] et développée par M. I. Dlougatch [3], conformément à laquelle les valeurs de la fonction de tensions F et de sa dérivée par rapport à la normale au contour ($\partial F/\partial n$) sont égales avec le moment fléchissant M et respectivement avec l'effort normal N dans un cadre qui suit le contour (le cadre peut être considéré fermé et donc hyperstatique, ou n'importe quel autre système de base isostatique correspondant à celui-ci). Il en résulte que le moment fléchissant et l'effort normal N de la formule (9) ne représentent que la valeur de la fonction de tensions F et respectivement de sa dérivée $\partial F/\partial n$ dans les points de contour du domaine réel, ayant la charge fictive $S_i = 1$.

Par conséquent on peut encore écrire la formule (9) sous la forme :

$$\Delta_{ip} = -\frac{1}{E}\int_{s_0}^{s}\left[\frac{\partial \sigma_s^{(p)}}{\partial n} + (2+\mu)\frac{\partial \sigma_n^{(p)}}{\partial n}\right]\bar{F}\,ds + \frac{1}{E}\int_{s_0}^{s}[\sigma_s^{(p)} - \mu\sigma_n^{(p)}]\frac{\partial \bar{F}}{\partial n}\,ds. \tag{10}$$

Puisque les contraintes peuvent être exprimées à l'aide des derivées partielles de la fonction de tensions $F(s, n)$:

$$\sigma_s = \frac{\partial^2 F}{\partial n^2}, \qquad \sigma_n = \frac{\partial^2 F}{\partial s^2}, \qquad \tau_{ns} = -\frac{\partial^2 F}{\partial s\,\partial n}, \tag{11}$$

il en résulte, dans *le cas particulier où le contour du domaine analysé est rectangulaire* (poutres, poutres-parois, etc.), que la relation (10) peut être écrite encore sous la forme équivalente :

$$\Delta_{ip} = -\frac{1}{E}\int_{s_0}^{s}\left[\frac{\partial^3 F^{(p)}}{\partial n^3} + (2+\mu)\frac{\partial^3 F^{(p)}}{\partial s^2 \partial n}\right]\bar{F}\,ds + \frac{1}{E}\int_{s_0}^{s}\left[\frac{\partial^2 F^{(p)}}{\partial n^2} - \mu\frac{\partial^2 F^{(p)}}{\partial s^2}\right]\frac{\partial \bar{F}}{\partial n}\,ds. \tag{12}$$

Les relations obtenues permettent de déterminer les déplacements ponctuels, en utilisant une méthode simple, qui conduit à des intégrations au long du contour, entre certaines limites, la détermination des fonctions arbitraires d'intégration n'étant plus nécessaire, ce qui est d'ailleurs caractéristique aussi pour la méthode Mohr-Maxwell appliquée à des systèmes de barres.

Au cas où dans les points situés au coins du domaine analysé les contraintes tangentielles ne sont pas nulles et donc les angles du contour, auxquels nous nous rapportons, ne restent pas invariables pendant la déformation, la fonction de la rotation spécifique présente des discontinuités, et, au cas de l'angle droit, l'équation de travail (5) doit être complétée, pour chaque coin, avec

$$R = -\bar{M}\,\gamma_{ns},$$

où $\overline{M}$ est le moment fléchissant dans les sections infiniment voisines au coin (fig. 2) et γ_{ns} représente la rotation relative des mêmes sections, égale avec la modification de l'angle droit (glissement spécifique). Le signe minus résulte du fait que $\overline{M}$ et γ_{ns} auront toujours des signes contraires.

Le terme de correction de la formule de déplacement (9) ou (10) a la forme :

$$R = -\overline{M}\,\gamma_{ns} = -\overline{F}\,\frac{\tau_{ns}^{(p)}}{G} = \frac{2(1+\mu)}{E}\overline{F}\,\frac{\partial^2 F^{(p)}}{\partial n\,\partial s}. \tag{13}$$

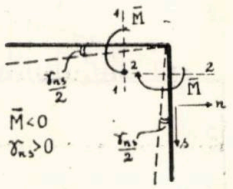


Fig. 2.

Au cas où le contour du domaine réel est actionné par des forces concentrées il est nécessaire que leurs points d'application (points singuliers) soient exclus de l'étude, par un choix correspondant du contour utilisé en état virtuel (par exemple, au point d'application, $\overline{M}=\overline{F}$ ait la valeur zéro ou le contour choisi évite le point singulier, pénétrant à l'intérieur du domaine et donc évitant l'intégration sur la zone où actionne la force concentrée).

Lorsque le point où l'on détermine le déplacement n'est pas situé sur le contour du domaine réel analysé, on isolera une partie du domaine dont le contour passe par le point respectif (voir les fig. 1 et 3).

La modalité d'application et l'efficience de la méthode Mohr-Maxwell généralisée est illustrée par l'exemple ci-dessous.

Exemple. On poursuit à établir l'équation algébrique de l'axe déformée et de déterminer la flèche maximum pour la poutre encastrée à une extrémité (en porte à faux), ayant une charge triangulaire de type hydrostatique (fig. 3 *a*), en utilisant la voie habituelle donnée dans la théorie de l'élasticité, ainsi que la méthode Mohr-Maxwell généralisée concernant les problèmes d'élasticité plane ; γ — le poids spécifique de l'eau.

Solution. La fonction de tensions qui satisfait en même temps l'équation de compatibilité (1) de l'élasticité plane et les conditions de contour du problème donné :

$$(14)\quad \begin{cases} (\sigma_y)_{y=h/2} = -\gamma x,\ (\sigma_y)_{y=-h/2} = 0,\ (\tau_{xy})_{y=\pm h/2} = 0, \\ x = 0,\ \sigma_x = 0,\ \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy}\, dy = 0, \end{cases}$$

peut être exprimée sous la forme polynômiale :

$$(15)\quad F(x,y) = \frac{\gamma x^3}{12 h^3}(4y^3 - 3h^2 y - h^3) - \frac{\gamma xy}{80 h^3}(16y^4 - 8h^2 y^2 + h^4).$$

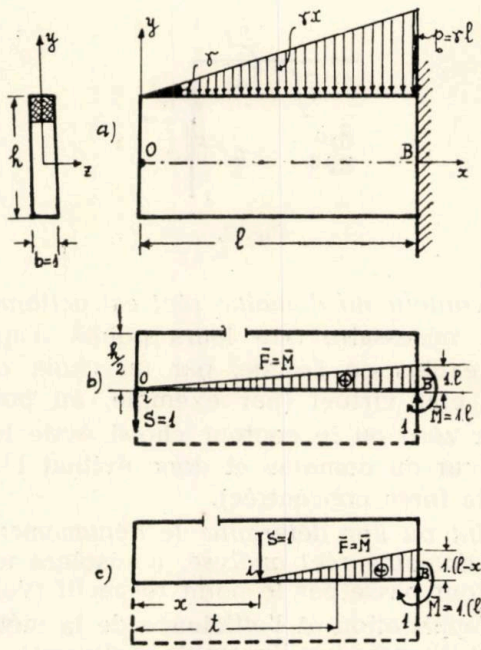


Fig. 3.

Si l'on néglige le poids propre de la poutre on obtient les expressions suivantes pour les contraintes :

$$(16)\quad \begin{cases} \sigma_x = \dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \dfrac{\gamma xy}{h^3}(2x^2 - 4y^2 + \dfrac{3}{5}h^2), \quad \sigma_y = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \dfrac{\gamma x}{2h^3}(4y^3 - 3h^2 y - h^3), \\ \tau_{xy} = -\dfrac{\partial^2 F}{\partial x\, \partial y} = \dfrac{\gamma}{h^3}\left(-3x^2 y^2 - \dfrac{3}{4}h^2 x^2 + y^4 - \dfrac{3}{10}h^2 y^2 + \dfrac{h^4}{80}\right). \end{cases}$$

En faisant appel aux formules de la résistance des matériaux on obtient :

$$\sigma_x^R = \frac{M_z y}{I_z} = \frac{2\gamma x^3 y}{h^3}, \qquad \sigma_y^R = 0, \qquad \tau_{xy}^R = \frac{T_y S_z}{bI_z} = -\frac{\gamma x^2}{4h^3}(12y^2 - 3h^2).$$

Il en résulte que tous les contraintes déterminées à l'aide de la théorie de l'élasticité, ont des corrections par rapports à ceux calculées dans la résistance des matériaux.

2.1. Calcul des déplacements par la méthode habituelle de l'élasticité

En considérant les équations géométriques de l'élasticité et compte tenu de la loi de Hooke généralisée pour l'état plan de tension, nous aurons :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) = \frac{\gamma x}{Eh^3}\left[2x^2y - 4y^3 + \frac{3}{5}h^2y - \frac{\mu}{2}(4y^3 - 3h^2y - h^3)\right], \tag{17}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) = \frac{\gamma x}{Eh^3}\left[\frac{1}{2}(4y^3 - 3h^2y - h^3) - \mu\left(2x^2y - 4y^3 + \frac{3}{5}h^2y\right)\right], \tag{18}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2(1+\mu)}{E}\tau_{xy} = \frac{2\gamma(1+\mu)}{Eh^3}\left(-3x^2y^2 + \frac{3}{4}h^2x^2 + y^4 - \frac{3}{10}h^2y^2 + \frac{h^4}{80}\right). \tag{19}$$

Intégrant l'expression (17) par rapport à x et l'expression (18) par rapport à y, nous obtenons :

$$u(x,y) = \frac{\gamma x^2}{Eh^3}\left[\frac{x^2y}{2} - 2y^3 + \frac{3}{10}h^2y - \frac{\mu}{4}(4y^3 - 3h^2y - h^3)\right] + f_1(y), \tag{20}$$

$$v(x,y) = \frac{\gamma x}{Eh^3}\left[\frac{1}{2}\left(y^4 - \frac{3h^2y^2}{2} - h^3y\right) - \mu\left(x^2y^2 - y^4 + \frac{3}{10}h^2y^2\right)\right] + f_2(x). \tag{21}$$

Si l'on introduit $u(x,y)$ et $v(x,y)$ dans l'équation (19) et l'on effectue les calculs, nous aurons :

$$f_2'(x) + \frac{\gamma}{Eh^3}\left[\frac{x^4}{2} - h^2x^2\left(\frac{6}{5} + \frac{3}{4}\mu\right) - \frac{h^4}{40}(1+\mu)\right] = f_1'(y) - \frac{\gamma}{Eh^3}\left[-y^4\left(\frac{3}{2} + \mu\right) - h^2y^2\left(\frac{3}{20} - \frac{3}{10}\mu\right) - \frac{1}{2}\right]. \tag{22}$$

Comme le premier membre dépend seulement de la variable x et le deuxième membre dépend seulement de la variable y, il en résulte que l'égalité (22) sera valable pour toute valeur de x et y seulement dans le cas où les deux membres sont égaux avec une même constante, que nous notons par a_1.

Les fonctions d'intégration $f_1(y)$ et $f_2(x)$ obtenues par l'intégration des équations différentielles qui résultent de l'égalisation avec a_1 des deux membres de la relation (22), sont introduites dans les expressions des déplacements, en obtenant :

$$u(x,y)=\frac{\gamma}{Eh^3}\left[\frac{x^4y}{2}-y^3x^2(2+\mu)+h^2x^2y\left(\frac{3}{10}+\frac{3\mu}{4}\right)+\frac{\mu}{4}h^3x^2+y^5\left(\frac{3}{10}+\frac{\mu}{5}\right)+\right.$$

(23)

$$\left.+h^2y^3\left(\frac{1}{20}-\frac{\mu}{10}\right)+\frac{h^3y^2}{4}\right]-a_1y+a_3,$$

$$v(x,y)=\frac{\gamma}{Eh^3}\left[xy^4\left(\frac{1}{2}+\mu\right)-h^2xy^2\left(\frac{3\mu}{10}+\frac{3}{4}\right)-\frac{h^3xy}{2}-\mu x^3y^2-\frac{x^5}{10}+\right.$$

(24)

$$\left.+h^2x^3\left(\frac{2}{5}+\frac{\mu}{4}\right)+\frac{h^4}{40}(1+\mu)x\right]+a_1x+a_2.$$

Pour déterminer les constantes d'intégration, nous utiliserons les conditions de fixation de la poutre, formulées d'habitude en deux variantes lorsqu'on emploie les méthodes élémentaires de la théorie de l'élasticité :

1° *La fibre moyenne déformée de la poutre doit rester tangente à la fibre moyenne non déformée, dans la section de l'encastrement :*

$$(u)_{\substack{x=l\\y=0}}=(v)_{\substack{x=l\\y=0}}=\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{\substack{x=l\\y=0}}=0. \tag{25}$$

2° *La section de l'encastrement doit rester* (ou avoir la tendance de rester) *aussi proche que possible d'une section plane,* ce qui s'exprime en admettant la condition que le déplacement u ne varie pas du moins dans la proximité du point de l'encastrement de l'axe de la poutre :

$$(u)_{\substack{x=l\\y=0}}=(v)_{\substack{x=l\\y=0}}=\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{\substack{x=l\\y=0}}=0. \tag{26}$$

I. Lorsque pour déterminer les constantes d'intégration, on utilise les conditions (25) on obient :

$$u(x,y)=\frac{\gamma}{Eh^3}\left\{\frac{x^4y}{2}-x^2y^3(2+\mu)+h^2x^2y\left(\frac{3}{10}+\frac{3}{4}\mu\right)+\frac{\mu}{4}h^3x^2+y^5\left(\frac{3}{10}+\frac{\mu}{5}\right)+\right.$$

(27)

$$\left.+h^2y^3\left(\frac{1}{20}-\frac{\mu}{10}\right)+\frac{h^3y^2}{4}+y\left[-\frac{l^4}{2}+h^2l^2\left(\frac{6}{5}+\frac{3}{4}\mu\right)+\frac{h^4}{40}(1+\mu)\right]-\frac{\mu}{4}h^3l^2\right\},$$

$$v(x,y)=\frac{\gamma}{Eh^3}\left\{xy^4\left(\frac{1}{2}+\mu\right)-h^2xy^2\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{10}\mu\right)-\frac{h^3xy}{2}-\mu x^3y^2-\frac{x^5}{10}+h^2x^3\left(\frac{2}{5}+\frac{\mu}{4}\right)-\right.$$

(28)

$$\left.-x\left[-\frac{l^4}{2}+h^2l^2\left(\frac{6}{5}+\frac{3}{4}\mu\right)\right]-\frac{2}{5}l^5+h^2l^3\left(\frac{4}{5}+\frac{\mu}{2}\right)\right\}.$$

L'équation algébrique de la fibre moyenne déformée est :

$$v(x,0)=\frac{\gamma}{Eh^3}\left\{-\frac{x^5}{10}+h^2x^3\left(\frac{2}{5}+\frac{\mu}{4}\right)-x\left[-\frac{l^4}{2}+h^2l^2\left(\frac{6}{5}+\frac{3}{4}\mu\right)-\right.\right.$$

(29)

$$\left.\left.-\frac{2}{5}l^5+h^2l^3\left(\frac{4}{5}+\frac{\mu}{2}\right)\right]\right\}.$$

La flèche maxima a la valeur :

$$v(0,0) = f = -\frac{2\gamma l^5}{5Eh^3} + \frac{\gamma l^3}{Eh}\left(\frac{4}{5} + \frac{\mu}{2}\right). \tag{30}$$

II. Lorsque pour déterminer les constantes d'intégration on emploie les conditions (26), on obtient :

$$v_1(x,y) = \frac{\gamma}{Eh^3}\left\{xy^4\left(\frac{1}{2}+\mu\right) - h^2xy^2\left(\frac{3}{10}\mu + \frac{3}{4}\right) + \frac{h^3xy}{2} - \mu x^3y^2 - \frac{x^5}{10} + h^2x^3\left(\frac{2}{5}+\frac{\mu}{4}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{h^4}{40}(1+\mu)x + x\left[\frac{l^4}{2} + h^2l^2\left(\frac{3}{10}+\frac{3}{4}\mu\right)\right] - \frac{2}{5}l^5 - h^2l^3\left(\frac{7}{10}+\mu\right) - \frac{h^4 l}{40}(1+\mu)\right\}. \tag{31}$$

L'équation de l'axe déformée est :

$$v_1(x,0) = \frac{\gamma}{Eh^3}\left\{-\frac{x^5}{10} + h^2x^3\left(\frac{2}{5}+\frac{\mu}{4}\right) + x\left[\frac{l^4}{2} + \frac{h^4}{40}(1+\mu) + h^2l^2\left(\frac{3}{10}+\frac{3}{4}\mu\right)\right] - \frac{2}{5}l^5 - \right.$$
$$\left. - h^2l^3\left(\frac{7}{10}+\mu\right) - \frac{h^4 l}{40}(1+\mu)\right\}.$$

La flèche maxima a la valeur :

$$v_1(0,0) = f_1 = -\frac{2}{5}\cdot\frac{\gamma l^5}{Eh^3} - \frac{\gamma l^3}{Eh}\left[\frac{7}{10} + \mu + \frac{1}{40}\cdot\frac{h^2}{l^2}(1+\mu)\right]. \tag{33}$$

2.2. Calcul des déplacements en employant la méthode Mohr-Maxwell généralisée

1°. *En employant les conditions* (25) *de fixation de la poutre pour* déterminer l'expression algébrique de l'axe déformée $[v(x, 0)]$, nous allons considérer comme état réel la poutre ayant la charge donnée, et comme état virtuel, un cadre ouvert qui suit le contour de la moitié supérieure de la poutre, actionné par la force $S = 1$ dans un point courant i de l'axe, situé à la distance x de l'extremité libre (fig. 3 *c*). Lorsqu'on détermine directement la flèche maxima, la force $S=1$ s'applique (en état virtuel) dans le point et sur la direction du déplacement recherché (fig. 3 *b*).

Expression algébrique de l'axe déformée

Nous allons utiliser la relation (10) en considérant que la fonction de tensions sur le contour de la zone isolée de la poutre, ainsi que sa dérivée d'après la normale au contour, quand actionne la force $S = 1$, sont égales avec le moment fléchissant et respectivement avec l'effort normal (fig. 3 *c*) :

$$\bar{F} = \bar{M} = i - x, \qquad \frac{\partial \bar{F}}{\partial n} = \bar{N} = 0. \tag{34}$$

Le diagramme $\overline{M}$ est représenté dans la fig. 3 *c*. Le signe „+" pour $\overline{F}$ résulte du signe de $\overline{M}$ pour le cadre. Pour l'état réel les contraintes sont données par les relations (16), déterminées par les méthodes de la théorie de l'élasticité. Comme F a des valeurs différentes de zéro seulement sur le côté $y = 0$, il résulte que pour calculer Δ_{ip} nous intéressent seulement les expressions des dérivées des contraintes contenus dans (10), pour $y = 0$. Selon ce que l'on observe de la fig. 3 *c*, pour l'axe de la barre qui forme le côté du cadre qui a $\overline{M} \neq 0$ la normale au contour est $-y$ et la tangente au contour est x.

Nous aurons ainsi :

$$\frac{\partial \sigma_s^{(p)}}{\partial n} = -\left(\frac{\partial \sigma_x^{(p)}}{\partial y}\right)_{y=0} = -\frac{\gamma x}{h^3}\left(2x^2 + \frac{3}{5}h^2\right), \quad \frac{\partial \sigma_n^{(p)}}{\partial n} = -\left(\frac{\partial \sigma_y^{(p)}}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{3\gamma}{2h}x, \tag{35}$$

$$\frac{\partial \tau_{ns}^{(p)}}{\partial s} = -\left(\frac{\partial \tau_{xy}^{(p)}}{\partial x}\right)_{y=0} = -\frac{3\gamma}{2h}x.$$

En introduisant (34) et (35) dans (10) et en intégrant entre les limites x et l on obtient le déplacement sur la verticale du point i situé à la distance x et donc l'expression analytique de l'équation de l'axe déformée :

$$v(x, 0) = \frac{\gamma}{Eh^3}\left\{ + \frac{x^5}{10} - h^2 x^3\left(\frac{2}{5} + \frac{4}{\mu}\right) + x\left[- \frac{l^4}{2} + h^2 l^2\left(\frac{6}{5} + \frac{3}{4}\mu\right) + \right.\right. \tag{36}$$

$$\left.\left. + \frac{2l^5}{5} - h^2 l^3\left(\frac{4}{5} + \frac{\mu}{2}\right)\right]\right\}.$$

On observe que cette expression est la même que celle donnée par la relation (29), mais ayant le signe changé.

En considérant $x = 0$ on obtient la valeur de la flèche maxima.

Si nous désirons calculer directement le déplacement maximum (f) sans trouver au préalable l'équation de l'axe déformée, nous pouvons utiliser l'état virtuel de la fig. 3 *c* et nous avons :

$$\Delta_{ip} = v(0, 0) = f = \frac{1}{E}\int_0^1 \left[\left(\frac{\partial \sigma_x^{(p)}}{\partial y}\right)_{y=0} + \left(\frac{\partial \sigma_y^{(p)}}{\partial y}\right)_{y=0} - (1+\mu)\left(\frac{\partial \tau_{xy}^{(p)}}{\partial x}\right)_{y=0}\right]\overline{F}\, dx.$$

Compte tenu que $\overline{F} = \overline{M} = 1.x$ et en utilisant les relations (35), nous avons :

$$v(0, 0) = f = \frac{1}{E}\int_0^l \frac{\gamma}{h^3}\left(2x^3 - \frac{12}{5}h^2 x - \frac{3\mu}{2}h^2 x\right) x\, dx = \tag{37}$$

$$= \frac{\gamma}{Eh^3}\left[\frac{2l^5}{5} - h^2 l^3\left(\frac{4}{5} + \frac{\mu}{2}\right)\right].$$

On a obtenu les mêmes résultats que dans le cas d'utilisation des méthodes générales de la théorie de l'élasticité, mais avec un volume de travail sensiblement plus réduit. Le signe obtenu quand on utilise la méthode Mohr-Maxwell est celui réel et toutefois il est contraire au signe obtenu par les méthodes habituelles de la théorie de l'élasticité, où le signe dépend du système d'axes choisi.

2° *En utilisant les conditions* (26) *de fixation de la poutre dans la section d'encastrement,* pour déterminer le déplacement sur la verticale des points de l'axe, nous allons employer le même état virtuel (fig. 3 c), mais il faut prendre en considération le passage par le point de coin (B), car l'angle initial de 90° change ($\tau_{xy}^{(p)} \neq 0$), ce qui nécessite l'introduction de la correction (13), calculée pour le point $x = l, y = 0$.

Tenant compte de l'orientation des axes (s étant la tangente et n — la normale au contour), pour l'élément vertical de l'encastrement nous avons :

$$\tau_{ns} = (\tau_{xy}^{(p)})_{\substack{x=l \\ y=0}} = \frac{\gamma}{h^3}\left(\frac{3}{4}\, h^2 l^2 + \frac{h^4}{80}\right), \qquad (\bar{F})_{\substack{x=l \\ y=0}} = (\bar{M})_{\substack{x=l \\ y=0}} = l - x,$$

et donc

$$R = \frac{2(1+\mu)\gamma}{Eh^3}\left(\frac{3}{4}\, h^2 l^2 + \frac{h^4}{90}\right)(l - x). \tag{38}$$

L'équation algébrique de l'axe déformée aura la forme :

$$v_1(x, 0) = v(x, 0) + R = \frac{\gamma}{Eh^3}\left\{\frac{x^5}{10} - h^2 x^3\left(\frac{2}{5} + \frac{\mu}{4}\right) - x\left[\frac{l^4}{2} + \frac{h^4}{40}(1+\mu) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + h^2 l^2\left(\frac{3}{10} + \frac{3}{4}\,\mu\right)\right] + \frac{2l^5}{5} + h^2 l^3\left(\frac{7}{10} + \mu\right) + \frac{h^4 l}{40}(1+\mu)\right\} \tag{39}$$

et

$$v_1(0, 0) = \frac{2\gamma l^5}{5Eh^3} + \frac{\gamma l^3}{Eh}\left(\frac{7}{10} + \mu + \frac{1+\mu}{40}\cdot\frac{h^2}{l^2}\right). \tag{40}$$

On pouvait aussi déterminer directement la flèche maxima, en ajoutant R à (37).

Tous les résultats obtenus coïncident avec ceux établis à l'aide des méthodes habituelles de la théorie de l'élasticité.

De l'exemple que nous venons de présenter on voit clairement l'avantage présenté par la méthode Mohr-Maxwell généralisée dans le calcul des déplacements ponctuels dans les problèmes plans de l'élasticité, lorsque nous ne sommes pas intéressés à déterminer le tableau général des déplacements de tous les points du corps analysé. Le volume des calculs à effectuer est réduit d'une façon sensible, car il n'est plus nécessaire de déterminer aucune constante d'intégration.

Ainsi, les conditions exprimées par des déplacements, nécessaires à la solution des problèmes mixtes (par exemple, poutres-parois sur un milieu élastique), pourront être établies plus facilement.

L'exemple choisi montre que cette méthode présente des avantages particuliers, mêmes pour les poutres habituelles, lorsque l'on veut résoudre de manière plus exacte le problème des déplacements, en mettant en évidence les corrections apportées par la théorie de l'élasticité aux résultats obtenus par les méthodes de la résistance des matériaux.

Reçue le 3 octobre 1970

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Statique et Résistance des matériaux

BIBLIOGRAPHIE

1. Безухов Н. И., *О некоторых обобщениях основных теорем строительной механики стержневых систем на двухмерные и трехмерные, линейные и нелинейные динамические и реологические задачи.* В сб. *Строительная механика.* Стройиздат, М., 1966.
2. Diaconu M., *Determinarea deplasărilor în cazul grinzii perete folosind metode specifice staticii sistemelor de bare.* Communication présentée lors de la session scientifique de l'Institut Polytechnique, Jassy, 28—30 septembre 1968.
3. Длугач М. И., *Метод сеток в смешанной плоской задаче теории упругости.* Наукого Думка, Киев, 1964.
4. Fihtenholț G. M., *Curs de calcul diferențial și integral.* Vol. **III**, Ed. Tehn., Buc., 1955, (traduit du russe).
5. Mazilu P., *Statica construcțiilor.* Vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1959.
6. Рабинович И. М., *Курс строительной механики стержневых систем.* Ч. **II**, Госстройиздат, М., 1954.
7. Смирнов А. Ф. и др., *Сопротивление материалов.* Трансжелдориздат, М., 1961.
8. Варвак П. М., *Развитие и приложение метода сеток к расчету пластинок.* Т. **I**, **II**. Изд. АН УССР, Киев, 1949, 1952.
9. Wang Chi-Teh, *Applied Elasticity.* Mc Graw-Hill Publ. Comp. Ltd., New York-London-Toronto, 1959.

DETERMINAREA DEPLASĂRILOR PUNCTUALE ÎN PROBLEMELE PLANE ALE ELASTICITĂȚII FOLOSIND GENERALIZAREA METODEI MOHR-MAXWELL

(Rezumat)

Se prezintă o generalizare a metodei Mohr-Maxwell pentru calculul deplasărilor punctuale în problemele plane ale teoriei elasticității.

Avantajele care rezultă, în ce privește reducerea volumului de muncă, sînt evidențiate pe baza unui exemplu în care deplasările după verticală ale axei unei grinzi acționate de o sarcină de tip hidrostatic au fost determinate — pentru a permite comparația — atît cu ajutorul procedeului obișnuit, cunoscut din teoria elasticității, cît și cu ajutorul metodei Mohr-Maxwell generalizată.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.K. 699.82

ÜBER DAS ZUSAMMENWIRKEN VON SCHNEE- UND WINDLAST AUF BAUWERKE *)

VON

AL. NEGOIȚĂ und V. IANCĂU

Die Entwicklung der Bautechnik hat in den letzten Jahren sowohl auf dem Gebiet der rationellen und wissenschaftlich begründeten Bemessung von Bauteilen, als auch in der Verfahrenstechnik zur Ausführung von Bauwerken grosse Fortschritte zu verzeichnen, wodurch Bauwerke mit grosser Stützweite und Kapazität aufgebaut werden konnten, bei welchen das Verhältnis zwischen dem Eigengewicht des Daches und der klimatisch bedingten Last (Schnee- und Windlast) erheblich kleinere Werte aufweist als bei den klassischen Hochbauten. Diesem Umstand zufolge wurde ein grosser Teil der Forschungsarbeiten im Baufach auf die Untersuchung der Auswirkungen von Schnee- und Windlast auf die verschiedenen Bauwerke ausgerichtet [1], [9]...[11].

Dieses Problem wurde auch anlässlich verschiedener internationaler Tagungen zur Sprache gebracht; so auf den vom R.G.W. veranstalteten Konferenzen, auf dem Symposion in Teddington — England (1936), sowie auf dem Symposion in Southampton (1966), in London (1969), in Ottawa u.a.

Das Problem der Beanspruchung von Bauwerken durch Klimafaktoren wurde von den Verfassern bereits in mehreren Aufsätzen behandelt [4]...[8], bei besonderer Betrachtung der Auswirkungen von Schnee- und Windlasten in den beiden Klimazonen unseres Landes.

Die Häufigkeit der Wettervorgänge kann anhand von Frequenzkurven veranschaulicht werden. Vergleicht man diese Kurven mit theoretisch ermittelten Verteilungskurven, so kann man feststellen, dass die besten Ergebnisse mit Hilfe der Poisson'schen Kurve, der Pearson'schen Kurve vom Typus III und der Gumbel'schen Parametergeraden erzielt werden können.

Auf Grund des Kolmogoroff'schen Kriteriums wurde der wahrscheinliche Höchstwert für die Mächtigkeit der in Cluj gefallenen Schneemenge bestimmt [5], [8], und dabei festgestellt, dass diese nicht dem Poisson'schen Gesetz folgt. Nach Pearson wurden die Höchstwerte für die Mächtigkeit der in Cluj gefallenen Schneemenge

*) Mitgeteilt an der wissenschaftlichen Tagung der Technischen Hochschule, Jassy, den 2—4. Juli 1970.

anhand der Tabellen von F o s t e r-R y b k i n in Abhängigkeit vom Asymmetrie- und Variationsfaktor mittels der Gleichung

(1) $$x_p = \bar{x}(1 + C_v \Phi_p)$$

berechnet.

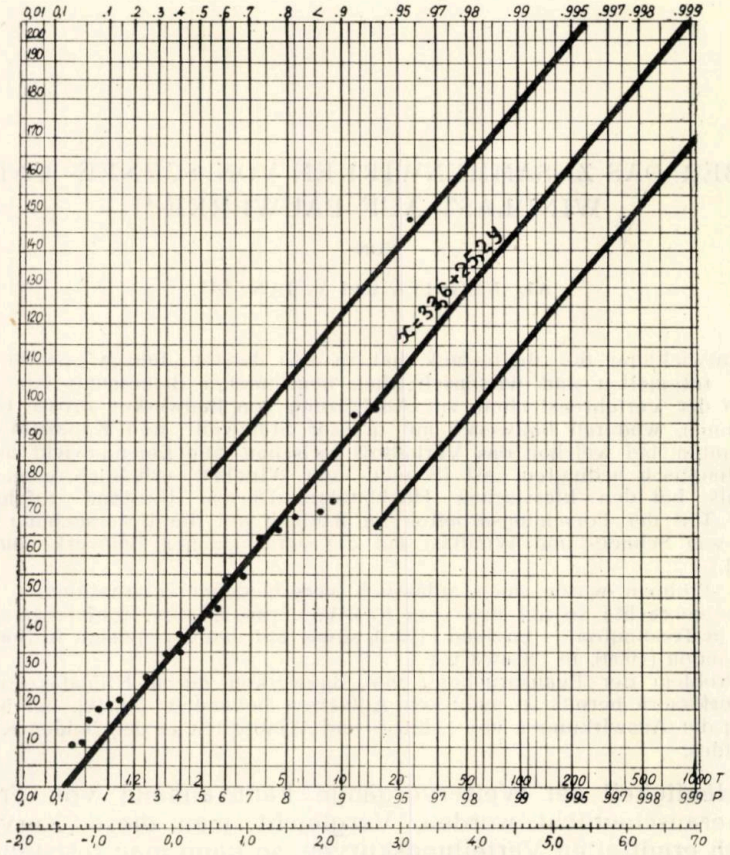


Abb. 1. — Wahrscheinlicher Jahreshöchstwert für die Mächtigkeit der in Bukarest-Filaret gefallenen Schucemenge.

Nach G u m b e l wurden die wahrscheinlichen Höchstwerte graphisch bestimmt, u. zw. anhand der G u m b e l'schen Parametergeraden

(2) $$x = u + \frac{y}{\alpha},$$

wobei $u = \bar{x} - y_N/\alpha$ und $1/\alpha = S_x/\sigma_N$ bedeuten.

Ein Vergleich der Ergebnisse führte zu der Schlussfolgerung, dass die G u m b e l'sche Methode die grösste Sicherheit bietet und demnach

richtig sein muss, da die Werte, welche anhand von wenigen Beobachtungen durch Extrapolation der Daten erhalten wurden, sehr gut mit denjenigen übereinstimmen, welche im Laufe einer längeren Zeitspanne gemessen werden konnten.

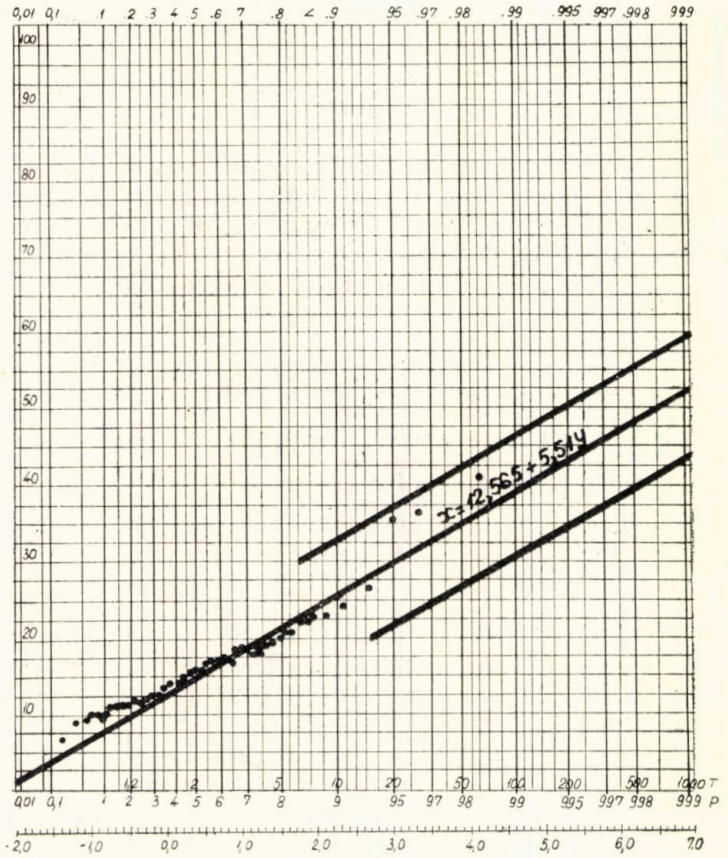


Abb. 2. — Wahrscheinlicher Jahreshöchstwert der in Bukarest-Filaret gemessenen Windgeschwindigkeit.

Für die wahrscheinlichen Jahreshöchstwerte für die Mächtigkeit der in Bukarest-Filaret gefallenen Schneemenge wurden anhand der G u m b e l'schen Parametergeraden

$$x = 33{,}6 + 25{,}2\,y$$

die in Abb. 1 dargestellten Werte erhalten, und für die wahrscheinlichen Jahreshöchstwerte der Windgeschwindigkeit die Daten, welche aus Abb. 2 [4], [6] zu ersehen sind, wobei die Parameter der G u m b e l'schen Geraden

$$x = 12{,}565 + 5{,}51\,y$$

angenommen wurden.

Aus diesen beiden Abbildungen geht hervor, dass die wahrscheinlichen Höchstwerte der Wettervorgänge (Wind und Schnee) zeitabhängig sind.

Der dynamische Hauptdruck des Windes, welcher anhand der N e w t o n'schen Gleichung

$$g_v = \frac{v^2}{16} \quad [\text{kgf/m}^2] \tag{4}$$

berechnet werden kann, ist ebenfalls zeitabhängig veränderlich. Seine Abweichung vom normmässig festgelegten Hauptdruck kann mit Hilfe des Überlastungsfaktors n bestimmt werden. Abb. 3 stellt die Werte des Überlastungsfaktors für Windlast dar, welche in verschiedenen Zeitspannen in Cluj und Bukarest-Filaret gemessen wurden.

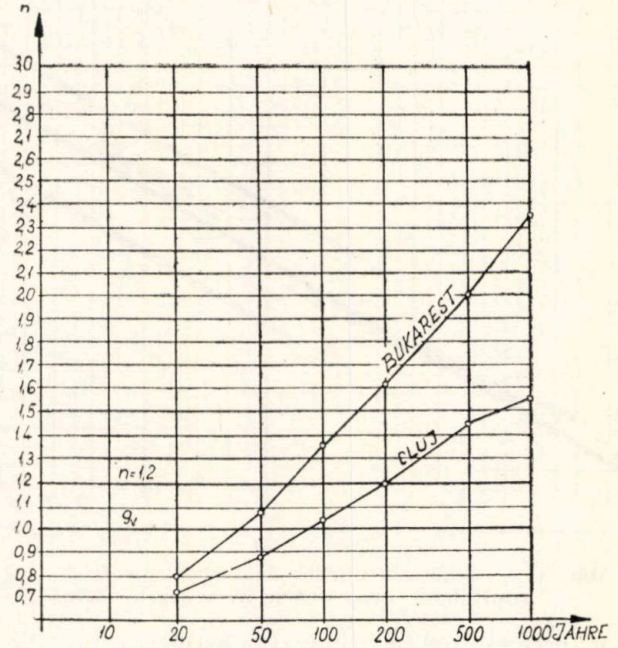


Abb. 3. — Der Wert des Überlastungsfaktors n bei Windlast, für Cluj und Bukarest-Filaret.

Da die Schneelast von der Mächtigkeit der Schneeschicht abhängig ist, kann anhand der Formel

$$g_z = 220\,h_z$$

der Überlastungsfaktor n auch für Schneelast berechnet werden.

Der in letzter Zeit immer ausgeprägter erscheinende periodische Charakter des Klimas unseres Landes wird auf die Sonnenreaktionen zurückgeführt. Aus Abb. 4 geht die Periodizität der Sonnenflecken in Zeitraum von 11 und 80 Jahren [3] hervor. Die Jahreshöchstwerte der in Bukarest-Filaret gemessenen Windgeschwindigkeiten und Mächtigkeiten der Schneeschicht weisen ebenfalls eine Periodizität von 25, bzw. 11 Jahren auf, so wie das aus Abb. 5 und 6 zu ersehen ist.

Die in unserem Lande gültigen Bemessungsnormen zum Entwerfen von Hochbauten [12], [13] sehen genormte Werte sowohl für die Last, als auch für den Überladungsfaktor n vor. Da aber die Werte der klimatisch bedingten Lasten von der Dauerhaftigkeit der Bauwerke abhängig sind, wäre es zweckmäsig, auch den Wert des Überladungsfaktors in Abhängigkeit von der Dauerhaftigkeit zu bestimmen; z.B. nach 20, 50 oder 100 Jahren.

Ausser einer genauen Einschätzung der klimatisch bedingten Lasten erscheint das Problem der Zusammenwirkung derselben, der Wechselbeziehung zwischen Wind- und Schneelast, welches anhand von statistischen Rechenverfahren untersucht werden kann. Mit Hilfe von Korrelationstafeln können Richtung und Intensität der bestehenden Beziehungen zwischen den Veränderlichen festgelegt werden, welche ihrerseits das Ergebnis einer Gruppenkombination sind — die vereinfachte Darstellung einer multidimensionalen Zuteilungsserie.

Die Werte für die Wahrscheinlichkeit der Zusammenwirkung zwischen Schnee- und Windlast unter der Voraussetzung, dass die Summe der Beanspruchung gleich dem Einheitswert sei [10],

$$\sigma_z + \sigma_v = 1. \tag{6}$$

sowie auch die Werte für das Wahrscheinlichkeitsfeld sind in Tafel 1 zusammengestellt. Dabei ist zu beobachten, dass man durch verschiedene Kombinationen von Schnee- und Windlasten denselben Wahrscheinlichkeitswert erhält. In Tafel 1 sind diese Werte auf einer mit 45° geneigten Diagonalen aufgetragen. Für den Fall ungleicher Beanspruchungen, welche z.B. zu 25% durch Schneelast und zu 75% durch Windlast erzeugt werden, zeigt Tafel 2 das Wahrscheinlichkeitsfeld gleicher Beanspruchungen, deren Neigungswinkel folgenden Wert hat:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{0{,}25}{0{,}75} = \frac{1}{3}. \tag{7}$$

Die Untersuchungen auf dem Gebiet des Zusammenwirkens von Wind- und Schneelasten haben gezeigt, dass deren Höchstwerte praktisch niemals gleichzeitig auftreten, so dass die untenstehenden Ausdrücke in Betracht gezogen werden können:

$$\begin{cases} \sigma_{z,v} = \sigma_z + 0{,}45\,\sigma_v & \text{für den Fall } \sigma_v < \sigma_z, \\ \sigma_{z,v} = \sigma_v + 0{,}45\,\sigma_z & \text{für den Fall } \sigma_v > \sigma_z. \end{cases} \tag{8}$$

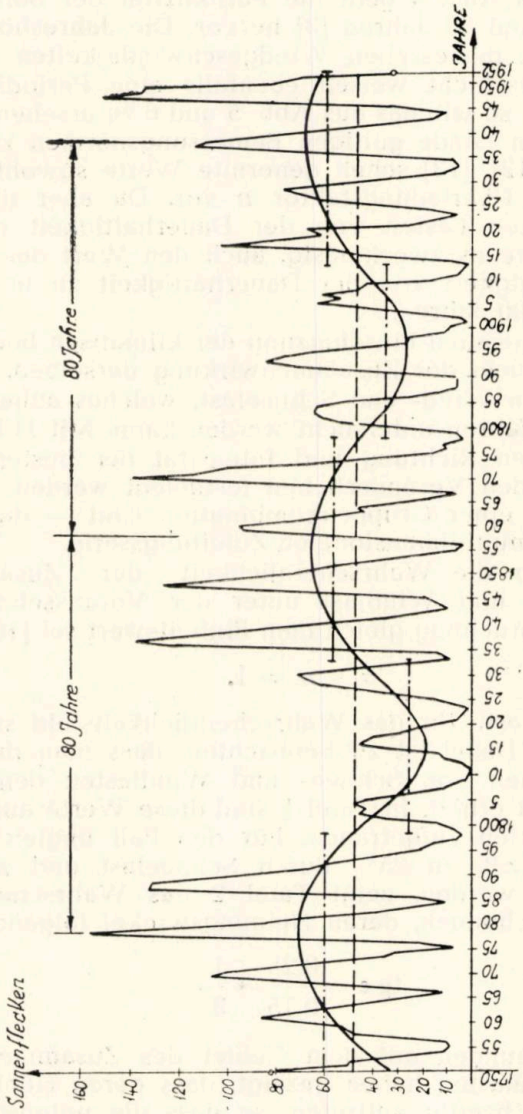


Abb. 4. — Der periodische Charakter der Sonnenflecken (im Zeitraum von 1750 bis 1952).

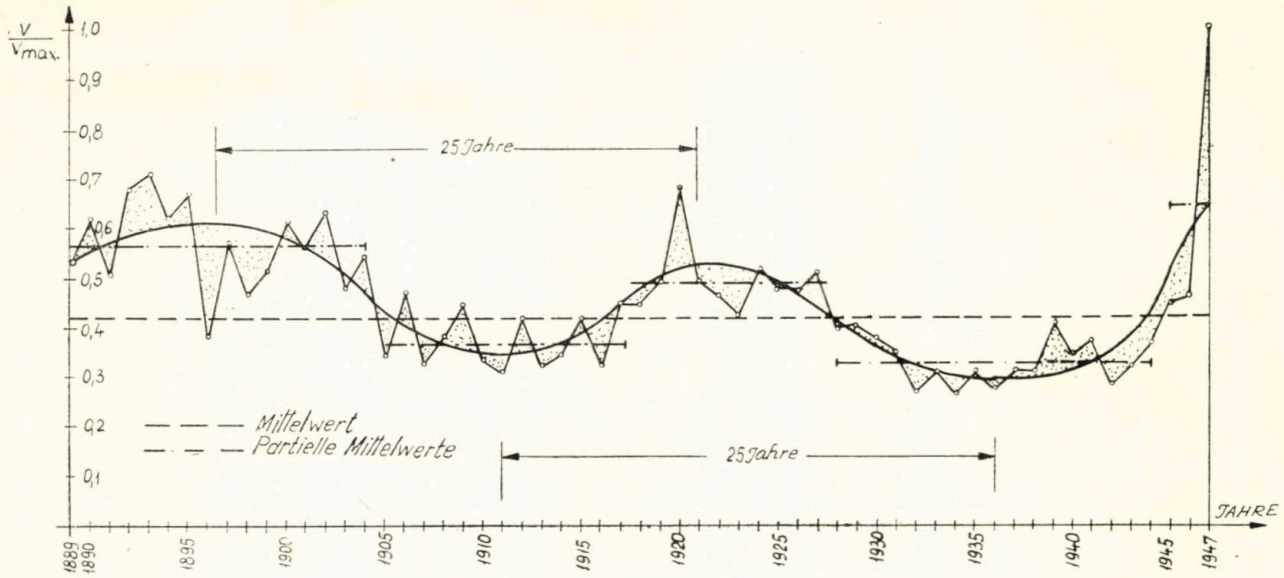


Fig. 5. — Der periodische Charakter der Jahreshöchstwerte für die in Bukarest — Filaret aufgenommenen Windgeschwindigkeiten.

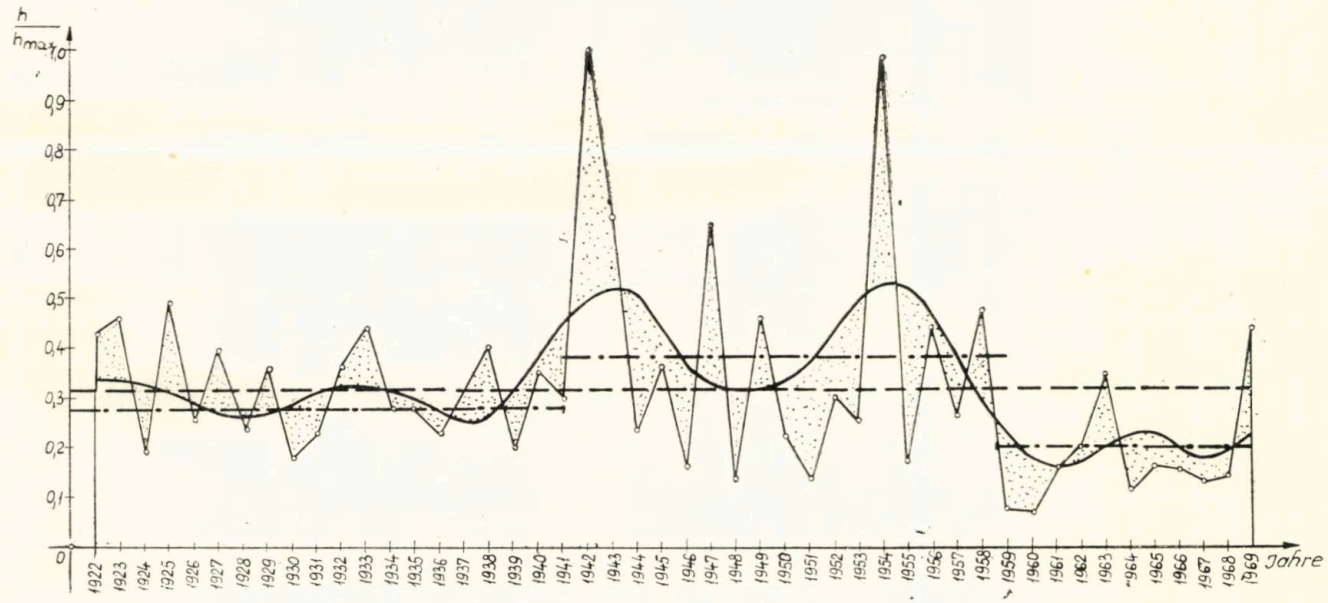


Fig. 6. — Der periodische Charakter der Jahreshöchstwerte für die Mächtigheit der in Bukarest — Filaret gefallenen Schneemenge.

Tafel 1

Felder gleicher Wahrscheinlichkeit der Beanspruchung von Bauwerken durch gleich grosse Lasten (Schnee- und Windlast)

σ_{wcp} \ σ_{scp}	0,5375	0,5125	0,4875	0,4625	0,4375	0,4125	0,3875	0,3625
0,6875	1,225	1,200	1,175	1,150	1,125	1,100	1,075	1,050
0,6625	1,200	1,175	1,150	1,125	1,100	1,075	1,050	1,025
0,6375	1,175	1,150	1,125	1,100	1,075	1,050	1,025	1,000
0,6125	1,150	1,125	1,100	1,075	1,050	1,025	1,000	0,975
0,5875	1,125	1,100	1,075	1,050	1,025	1,000	0,975	0,950
0,5625	1,100	1,075	1,050	1,025	1,000	0,975	0,950	
0,5375	1,075	1,050	1,025	1,000	0,975	0,950		
0,5125	1,050	1,025	1,000	0,975	0,950			
0,4875	1,025	1,000	0,975	0,950				
0,4625	1,000	0,975	0,950					
0,4375	0,975	0,950						
0,4125	0,950							

Tafel 2

Felder gleicher Wahrscheinlichkeit der Beanspruchung von Bauwerken durch ungleiche Lasten
(25% Schneelast und 75% Windlast)

σ_{wcp} \ σ_{scp}	0,26875	0,25625	0,24375	0,23125	0,21875	0,20625	0,19375	0,18125	0,16875	0,15625	0,14375	0,13125
1,03125	1,3000	1,2875	1,2750	1,2625	1,2500	1,2375	1,2250	1,2150	1,2000	1,1875	1,1750	1,1625
0,99375	1,2625	1,2500	1,2375	1,2250	1,2125	1,2000	1,1875	1,1750	1,1625	1,1500	1,1375	
0,95625	1,2250	1,2125	1,2000	1,1875	1,1750	1,1625	1,1500	1,1325	1,1250	1.1125		
0,91875	1,1875	1,1750	1,1625	1,1500	1,1375	1,1250	1,1125	1,1000	1,0875			
0,88125	1,1500	1,1375	1,1250	1,1125	1,1000	1,0875	1,0750	1,0625				
0,84375	1,1125	1,1000	1,0875	1,0750	1,0625	1,0500	1,0375					
0,80625	1,0750	1,0625	1,0500	1,0375	1,0250	1,0125						
0,76875	1,0375	1,0250	1,0125	1,0000	0,9875							
0,73125	1,0000	0,9875	0,9750	0,9625								
0,69375	0,9625	0,9500	0,9375									
0,65625	0,9250	0,9125										
0,61875	0,8875											

In den rumänischen Normen ist die Berechnung von Bauwerken mit durch Schneelast beanspruchten Terrassendächern unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Auswirkung von Windlasten nicht vorgesehen. Der Windgeschwindigkeit wird nur ab 4 m/s bei Schneefall und ab 6 m/s bei schneefreiem Wetter Bedeutung zugemessen. Die auf Terrassendächer wirkende Schneelast kann nach dem von Otstavnoff [9] vorgeschlagenen Verfahren anhand der Gleichung

$$P_f = P_1 - P_2 - qP_3 + P_4 \tag{9}$$

bestimmt werden, wobei die gefallene Schneemenge, die durch den Wind abtransportierte Schneemenge, die angehäufte Schneemenge und die auf dem Dach entstandene Eisschicht in Betracht gezogen wird. Abb. 7 zeigt ein Diagramm zur Bestimmung der Transportgeschwindigkeit der Schneelast bei schneefreiem Wetter. Die gesamte Schneemenge ist von der Anzahl der Tage mit Schneefall abhängig, so wie das aus Abb. 8 zu ersehen ist.

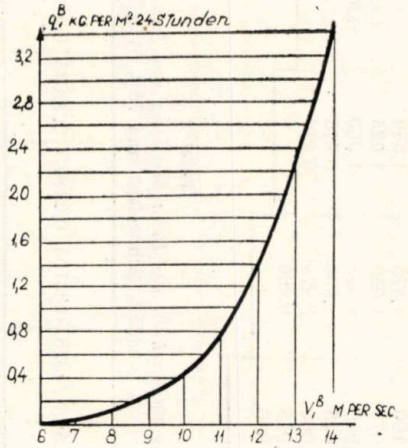


Abb. 7. — Diagramm zur Bestimmung der Transportgeschwindigkeit von Schnee (bei schneefreien Wetter).

Aus den obigen Betrachtungen lassen sich in der Hauptsache folgende Schlüsse ziehen :

a) Die Untersuchung der klimatisch bedingten Lasten (Schnee- und Windlast) stellt ein umfassendes Forschungsgebiet mit zahlreichen noch nicht gelösten Fragen dar.

b) Die Bestimmung dieser Lasten nach der Gumbel'schen Methode ist genauer und zuverlässiger als die anderen Verfahren ; zudem ist die Extrapolation günstiger.

c) Der Wert des Überladungsfaktors soll zweckmässig in Abhängigkeit von der Dauerhaftigkeit der untersuchten Bauwerke bestimmt werden.

d) Die vorgesehene Mindestzeitspanne von 5 Jahren zur meteorologischen Untersuchung von Windlasten, bzw. von 10 Jahren zur Untersuchung von Schneelasten [13] ist für Hochbauten nicht ausreichend, insbesondere für Hochhäuser mit dünnen Dachdecken.

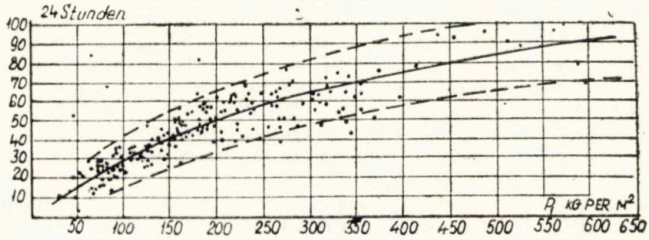


Abb. 8. — Die gefallene Schneemenge in Abhängigkeit von der Anzahl der Tage mit Schneefall.

e) Durch den periodischen Charakter der Wettervorgänge wird es in Zukunft möglich sein, deren wahrscheinliche Grössen genau zu bestimmen.

f) Die Wahrscheinlichkeitsfelder aus Tafel 1 und 2 zeigen deutlich, dass die gewünschte Wahrscheinlichkeit der Beanspruchung durch Schnee- und Windlast mit geringem Aufwand errechnet werden kann.

g) In der Praxis werden niemals gleichzeitig Höchstwerte bei allen Wettervorgängen verzeichnet, so dass die Möglichkeit besteht, die Lasten, bzw. Beanspruchungen laut Gleichung (8) zu kombinieren, um die ungünstigste Möglichkeit des Zusammenwirkens dieser beiden Faktoren herauszufinden.

h) Bei Terrassendächern tritt die Notwendigkeit einer genauen Ermittlung der Schneelast auf, wobei der abtragenden Wirkung bei Schneesturm Rechnung getragen werden muss.

Abschliessend soll noch die Notwendigkeit hervorgehoben werden, den Standard STAS 946-56 betreffend die Beanspruchung von Bauwerken durch Schnee- und Windlasten in den beiden Klimazonen unseres Landes eingehend zu überprüfen und auf Grund der obigen Ergebnisse zu verbessern.

Eingegangen am 17. Oktober 1970 *Technische Hochschule, Cluj*

LITERATURVERZEICHNIS

1. Carpena A., *Calcul probabilistique des structures métalliques.* Constr. metall., *1* (1967).
2. Florea I., *Statistica teoretică.* Ed. Univ. Cluj, 1967.
3. Kuiper G. P., *The Sun.* The University of Chicago, 1953.

4. Negoiță A., Iancău V., *Contribuții privind aspectele probabiliste ale încercărilor climatice și siguranța construcțiilor.* St. și cerc. de mec. apl., **29**, *4*, 919—945 (1970).
5. Negoiță A., Iancău V., *Études statistiques concernant la surcharge de neige à Cluj.* Ann. de l'Inst. Techn. du Bâtiment et des Trav. Publ., 259—260, 1188—1194.
6. Negoiță A., Iancău V., *Considerații asupra sarcinii dată de vînt.* Bul. șt. Inst. polit. Cluj, *12* (1970).
7. Negoiță A., Iancău V., *Aspects statistiques concernant les surcharges climatiques et la sûreté des constructions.* Symposium sur les Notions de Sécurité des Structures et Méthodes d'Élaboration des Projets, Londres, Assoc. Internat. des Ponts et Charpentes, 119—126 (1969).
8. Negoiță A., Iancău V., *Considerații asupra încărcării dată de zăpadă.* Comun. la ses. șt. a Inst. polit. Iași, 28—30 sept. 1967.
9. Otstanov V. A., Rosenberg L. S., *Consideration of Wind Effect in Standardisation of Snow Load.* International Council for Building Research, Studies and Documentation, Committee W 23 in Basic Structural Engineering-Requirements for Building, 1969.
10. Pyscikov V. G., *Methode for Consideration of Wind, Snow and vertical Crans.* Kiew, 1967, (in russische Sprache).
11. Sfințescu D., *Effects du vent sur les ossatures méthalliques.* Assoc. Internat. des Ponts et Charpentes, **26** (1967).
12. * * * STAS 946-56, *Sarcini în construcții. Sarcini climatice.*
13. * * * *Normativ condițional pentru calculul construcțiilor la stările limită.* Ed. Tehn. Buc., 1963.
14. * * * Bul. obs. meteor. din România, 1893—1960.

CONSIDERAȚII ASUPRA COMBINĂRII ÎNCĂRCĂRILOR CLIMATICE DIN ZĂPADĂ ȘI VÎNT

(Rezumat)

Pe baza unor studii anterioare se prezintă încărcările maxime din zăpadă și vînt, rezultate prin extrapolări, din analiza datelor statistice care urmează anumite legi. Se fac aprecieri asupra probabilității combinării încărcărilor climatice și influența acestora asupra construcțiilor, comparată cu prevederile normelor actuale privind evaluarea încărcărilor climatice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. D. 622.014.2

CONSIDÉRATIONS SUR LA STABILITÉ GÉNÉRALE DES POUTRES DROITES SOUMISES À UNE FLEXION—COMPRESSION (I)

PAR

D. PRECUPANU

1. Généralités. Hypothèses de calcul

Les poutres droites sollicitées à une flexion—compression représentent une catégorie importante d'éléments de construction, utilisées fréquemment en pratique pour la conception et l'exécution des structures de résistance.

Si le moment fléchissant joue un rôle décisif dans le calcul de la résistance de ces éléments, alors les sections transversales sont développées particulièrement dans le plan de flexion et par conséquent, il est possiblé la perte de la stabilité dans le plan de minime rigidité. Pour cette raison, le calcul à la stabilité générale des poutres sveltes sollicitées à une flexion—compression présente un intérêt incontestable. Dans cette Note nous nous allons rapporter au cas fondamental de la poutre sur deux appuis simples avec une section rectangulaire. Dans ce qui suit, nous allons supposer la valabilité des hypothéses du calcul linéaire—élastique et nous allons aussi admettre que le plan des forces extérieures, initialement vertical, qui contient l'axe de la poutre, reste verticalement. En outre, ce plan contient l'axe de la poutre dans la position légèrement déformée qui correspond à l'équilibre indifférent. On néglige l'influence de l'effort tranchant et on suppose que l'effort axial est constant tout le long de la barre et il a la direction de l'axe initialement rectiligne. Les appuis de la poutre permettent la rotation libre des sections des extrémités à la flexion, mais empêchent la rotation à la torsion.

2. Equation de stabilité

Soit une poutre droite sur deux appuis simples, solicitée par un moment de flexion M et un effort axial N. On suppose aussi que la section transversale est rectangulaire et que le moment quadratique I_z est beaucoup plus grand que I_y (fig. 1).

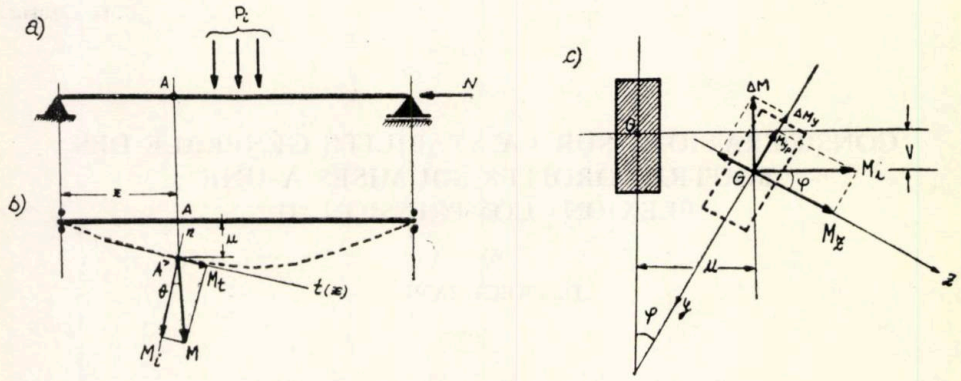


Fig. 1

On choisit le repère de référence avec l'origine dans l'extrémité gauche de la poutre, un axe dirigé suivant l'axe longitudinale et les autres dirigés suivant les directions principales centrales de la section transversale.

Si les forces extérieures ne dépassent pas une certaine valeur, *critique*, la poutre reste en équilibre stable dans une position de déformation légère dans son plan vertical. Mais, si les forces extérieures atteignent la valeur critique, l'équilibre de la poutre devient indifférent et alors il est possible d'apparaître une nouvelle forme d'équilibre dans une position légèrement déformée dans le plan latéral.

Par suite, le centre d'une section courante d'abscise x se déplace de A en A' et donc, tous les déplacements u, v, φ sont positifs pour le reper choisi (fig. 1 *b* et 1 *c*).

Le vecteur-moment M produit par les forces transversales P_i, peut être décomposé en deux composantes (fig. 1 *b*) à savoir :

a) un moment de torsion

(1) $$M_{t,P} = M \sin\theta \approx M\theta \qquad \text{et}$$

b) un moment de flexion

$$M_{i,P} = M\cos\theta \approx M,$$

de composantes :

(2) $M_{z,P} = M\cos\varphi \approx M$, (3) $M_{y,P} = M\sin\varphi \approx M\varphi$.

L'effort axial N produira encore un moment supplémentaire ΔM, qui, dans l'hypothèse des petits déplacements dans le plan vertical, aura les composantes :

$$\Delta M_z = -\Delta M \sin\varphi \approx -\Delta M\varphi\,, \qquad \Delta M_y = \Delta M\cos\varphi \approx \Delta M.$$

Si l'on applique le principe de superposition tant pour les forces P que pour l'effort N et on retient seulement les efforts corespondants à la torsion et à la flexion latérale, on obtient :

(4) $$M_t = M\theta\,,$$ (5) $$M_y = M\varphi + \Delta M.$$

Compte tenu de la relation

(6) $$\Delta M = Nu$$

les équations différentielles de la torsion et de la flexion deviennent :

(7) $$\varphi' = \frac{M}{GI_t}\theta,$$ (8) $$u'' = -\frac{M\varphi + Nu}{EI_y},$$

qui, ensemble avec la relation geometrique :

(9) $$\theta = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$$

constituent un système de trois équations à trois inconnues u, φ et θ. Si l'on élimine les inconnues φ et θ, on obtient l'équation différentielle de la stabilité

(10) $$u^{IV} + \alpha^2 u'' = 0,$$

où α^2 est un coefficient variable qui a l'expression :

(11) $$\alpha^2 = \frac{M^2}{EI_y GI_t} + \frac{N}{EI_y}.$$

L'intégrale générale de l'équation (10) donne le moment fléchissant critique. Comme le coefficient α est variable, on doit trouver l'integrale de l'équation (10) soit à l'aide des fonctions speciales, soit en utilisant les méthodes approximatives, par exemple, la méthode des différences finies.

Cas particulier

Si la flexion est pure (M=const.), le coefficient α est constant et l'intégrale générale de l'équation (10) devient :

$$u = A\sin\alpha x + B\cos\alpha x + Cx + D,$$

où les constantes A, B, C, D peuvent être déterminées par des conditions aux extrémités : a) si $x = 0$, $u = 0$ et $u'' = 0$; b) si $x = l$, $u = 0$ et $u'' = 0$, en tenant compte de la relation (8) où $\varphi = 0$.

On obtient un système de quatre équations à quatre inconnues. En imposant que le système soit compatible, ayant une solution non banale, on obtient sans peine :

$$\alpha l = n\pi.$$

Maintenant, compte tenu de la relation (11) et en faisant $n = 1$, on obtient :

$$\frac{M_{cr}^2}{EI_y GI_t} + \frac{N_{cr}}{EI_y} = \frac{\pi^2}{l^2}. \tag{12}$$

En ce qui concerne la dépendance entre le moment de flexion M et l'effort axial N on peut mettre en evidence certains cas intéressants :

a) Lorsque l'effort axial N est constant, la perte de la stabilité est une conséquence de l'augmentation des forces transversales P_i. En ce cas le moment critique de flexion est donné par :

$$M_{cr} = \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{l^2} - \frac{N}{EI_y}\right) EI_y GI_t}. \tag{13}$$

Si l'effort axial est nul on retrouve la relation bien connue du moment critique pour la poutre solicitée à une flexion pure :

$$M_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EI_y GI_t}. \tag{13'}$$

b) Lorsque les forces transversales P_i sont constantes la perte de la stabilité est une conséquence de l'augmentation de l'effort axial N. En ce cas la charge critique est donnée par :

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi^2}{l^2} - \frac{M^2}{EI_y GI_t}\right) EI_y. \tag{14}$$

Si les forces P_i sont nules on retrouve la relation de E u l e r pour une bare comprimée

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2}. \tag{14'}$$

3. Conclusions

L'équation de stabilité (10), établie pour la poutre sur deux appuis simples, qui a la section rectangulaire svelte, peut être appliquée aux poutres droites soumises à un effort axial constant et aux forces trans-

versales distribuées d'une façon tout à fait générale. La valeur du moment critique dépend de la rigidité de la torsion et particulièrement, de la rigidité à la flexion dans le plan lateral.

Reçue le 26 mars 1970

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Statique et Résistance des matériaux

BIBLIOGRAPHIE

1. Timoshenko S. P., *Teoria stabilităţii elastice*. Ed. tehn., Buc., 1967, (traduit de l'anglais).
2. Beleş A. A., Voinea R. P., *Rezistenţa materialelor*. Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1958.
3. Dellus P., *Résistance des matériaux*. Paris, 1964.

CONSIDERAŢII ASUPRA STABILITĂŢII GENERALE A GRINZILOR DREPTE COMPRIMAT—ÎNCOVOIATE (I)

(Rezumat)

Se studiază problema stabilităţii generale a grinzilor drepte simplu rezemate cu secţiune dreptunghiulară înaltă, solicitate la încovoiere plană cu compresiune. Plecînd de la poziţia de echilibru indiferent a grinzii, caracterizată prin încovoiere laterală şi răsucire, se ajunge la ecuaţia de stabilitate, o ecuaţie diferenţială liniară şi omogenă de ordinul IV cu coeficienţi variabili. Prin integrare, ţinînd cont de condiţiile de rezemare la capete, se poate obţine expresia momentului critic. Se studiază în amănunt cazul particular al grinzii solicitate la încovoiere pură cu compresiune centrică

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 627.8; 551.1

CALCULUL RADIERULUI SASULUI ÎN IPOTEZA WINKLER, CU AJUTORUL MATRICELOR DE TRANSFER *)

DE

TUDOR SILION şi IULIAN IONESCU

Sasul ecluzelor tip doc se poate calcula în starea plană de deformaţie, considerînd 1 m din lungime şi rezolvînd un cadru transversal (fig. 1) rezemat la partea inferioară pe un mediu deformabil [3], [4].

Radierul, într-un calcul cît mai apropiat de realitate, se asimilează cu o grindă pe mediu deformabil, avînd zone rigide în dreptul bajoaierilor (fig. 1).

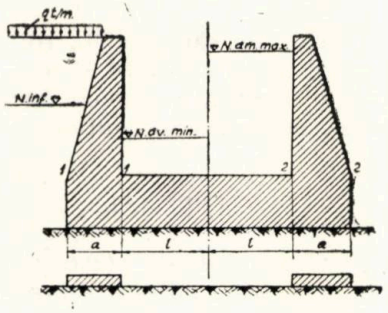


Fig. 1

Metoda de calcul a radierului se alege în funcţie de schematizarea mediului de rezemare. În cele ce urmează se analizează cazul cînd mediul de rezemare se deformează conform ipotezei lui W i n k l e r, adică presiunile reactive sînt proporţionale cu tasările. Rezultă că în zonele de rigiditate infinită presiunile se vor distribui după o lege liniară.

*) Comunicată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic, Iaşi, 2—4 iulie 1970.

Avînd în vedere creșterea posibilității de rezolvare a calculului cu ajutorul mașinilor electronice, se prezintă o soluție a problemei cu ajutorul matricelor de transfer. Forțele exterioare care acționează bajoaierii se reduc la centrele de greutate ale secțiunilor de legătură dintre radieri și bajoaieri, obținîndu-se forțele verticale P' și P'', forțele axiale N' și N'' și momentele $\mathfrak{M}'$ și $\mathfrak{M}''$ (fig. 2 *a*).

Calculul radierului se efectuează neglijînd efectul forței axiale. În cazul simetriei $P' = P''$, $\mathfrak{M}' = \mathfrak{M}''$.

Avînd în vedere ipotezele cele mai defavorabile de încărcare (ipoteza de reparații) rotirea bajoaierilor se va produce spre interiorul sasului, adică bajoaierul din stînga se rotește în sens orar iar cel din dreapta în sens antiorar.

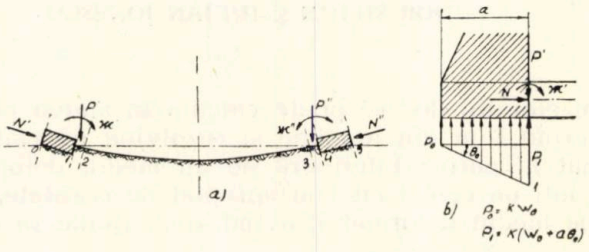


Fig. 2

Deplasările dintr-o secțiune, săgeata W, rotirea θ și eforturile din aceeași secțiune, momentul încovoietor M și forța tăietoare T, sînt considerate componentele unui vector, numit vector de stare [2]. Între vectorii de stare din două secțiuni consecutive există o relație liniară de forma :

$$[S]_i = [T]_{i-1}^{i} [S]_{i-1}. \tag{1}$$

în care $[S]_{i-1}$ și $[S]_i$ sînt vectorii de stare din secțiunile i—1 și respectiv i, iar $[T]_{i-1}^{i}$ este o matrice pătrată reprezentînd factorul de proporționalitate dintre cei doi vectori. $[T]_{i-1}^{i}$ se mai numește și matrice de transfer iar forma ei depinde de poziția celor două secțiuni ; în mod obișnuit secțiunile se aleg astfel încît între vectorii de stare ai celor două secțiuni să se poată scrie o relație cît mai simplă.

În cazul analizat se disting următoarele tipuri de matrice de transfer :

a) O matrice de transfer care stabilește legătura dintre vectorii de stare din *0* și *1*, tronsonul considerat fiind rigid, iar rotirea sa avînd loc în sens orar (fig. 2). În secțiunea *1* sînt valabile relațiile :

$$(2)\qquad \begin{cases} W_1 = W_0 + a\theta_0, \quad \theta_1 = \theta_0, \\ M_1 = \dfrac{ka^2}{2} W_0 + \dfrac{ka^3}{6}\theta_0 + M_0 + aT_0, \quad T_1 = kaW_0 + \dfrac{ka^2}{2}\theta_0 + T_0, \end{cases}$$

unde : W_0, θ_0, M_0, T_0 sînt componentele vectorului de stare din 0, a — lățimea zonei rigide, k — coeficient de pat.

Relațiile (2), transcrise matriceal, devin :

$$(3)\qquad \begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{ka^2}{2} & \dfrac{ka^3}{6} & 1 & a & 0 \\ ka & \dfrac{ka^2}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_0^1 \begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_0,$$

sau

$$(4)\qquad [S]_1 = [T]_0^1 [S]_0.$$

b) Trecerea de la secțiunea *1* la secțiunea *2* se realizează cu ajutorul unei matrice de transfer de tipul :

$$(5)\qquad \begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathfrak{M}' \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -P' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_1^2 \begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_1,$$

sau

$$(6)\qquad [S]_2 = [T]_1^2 [S]_1.$$

Ținînd seama de expresia (4) vectorul de stare $[S]_2$ se mai poate scrie :

$$(7)\qquad [S]_2 = [T]_1^2 [T]_0^1 [S]_0.$$

Întrucît pentru efectul sarcinilor exterioare este rezervată, în matricele de transfer, o coloană, s-a introdus o linie suplimentară pentru ca matricea de transfer să fie pătrată. În acest mod, în operațiile matriceale vectorii de stare capătă o componentă suplimentară unitară, care nu modifică cu nimic rezultatele reale.

c) Pentru trecerea de la secţiunea 2 la secţiunea 3 sau la orice secţiune intermediară se folosesc rezultatele obţinute în calculul grinzilor pe mediu elastic de către K r î l o v şi U m a n s k i, folosind metoda parametrilor în origine. Astfel, componentele vectorului de stare din secţiunea 3 se pot scrie în funcţie de componetele sale din secţiunea 2, considerată origine :

$$(8)\quad \begin{cases} W_3 = f_1 W_2 + f_2 \dfrac{\theta_2}{\alpha} - \dfrac{4\alpha^2}{k} f_3 M_2 - \dfrac{4\alpha}{k} f_4 T_2 + F_{23}, \\ \theta_3 = -4\alpha f_4 W_2 + f_1 \theta_2 - \dfrac{4\alpha^3}{k} f_2 M_2 - \dfrac{4\alpha^2}{k} f_3 T_2 + F'_{23}, \\ M_3 = \dfrac{k}{\alpha^2} f_3 W_2 + \dfrac{k}{\alpha^3} f_4 \theta_2 + f_1 M_2 + f_2 T_2 \dfrac{1}{\alpha} + F''_{23}, \\ T_3 = \dfrac{k}{\alpha} f_2 W_2 + \dfrac{k}{\alpha^2} f_3 \theta_2 - 4\alpha f_4 M_2 + f_1 T_2 + F'''_{23}, \end{cases}$$

în care : f_1 sînt funcţii de αx, ale căror valori sînt date în literatura de specialitate [1], $\alpha = \sqrt{k/4EI}$, F_{ik} — funcţii de αx care iau în considerare influenţa sarcinilor exterioare la trecerea de la o secţiune la alta [1], F'_{ik}, F''_{ik}, F'''_{ik} — derivatele funcţiei F_{ik} [1], x — lungimea cîmpului considerat.

Relaţia (8) se transcrie matriceal :

$$(9)\quad \begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_3 = \begin{bmatrix} f_1 & \frac{1}{\alpha} f_2 & -\frac{4\alpha^2}{k} f_3 & -\frac{4\alpha}{k} f_4 & F_{23} \\ -4\alpha f_4 & f_1 & -\frac{4\alpha^3}{k} f_2 & -\frac{4\alpha^2}{k} f_3 & F'_{23} \\ \frac{k}{\alpha^2} f_3 & \frac{k}{\alpha^3} f_4 & f_1 & \frac{1}{\alpha} f_2 & F''_{23} \\ \frac{k}{\alpha} f_2 & \frac{k}{\alpha^2} f_3 & -4\alpha f_4 & f_1 & F'''_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_2^3 \begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_2,$$

sau

$$(10)\quad [S]_3 = [T]_2^3 [S]_2 = [T]_2^3 [T]_1^2 [T]_0^1 [S]_0.$$

Într-o secţiune oarecare vectorul de stare va avea forma :

$$(11) \qquad [S]_i = \prod_{k=1}^{i} [T]_{k-1}^{k} [S]_0.$$

Întrucît în cazul considerat (ipoteza de reparații) ultimul tronson este de rigiditate infinită iar rotirea lui se produce în sens antiorar, matricea de transfer între secțiunile 4 și 5 se scrie sub forma :

$$(12) \qquad [T]_4^5 = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{ka^2}{2} & \frac{ka^3}{3} & 1 & a & 0 \\ ka^2 & \frac{ka^2}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_4^5.$$

Vectorul de stare $[S]_0$ are, în general, două dintre componente cunoscute iar celelalte două componente se determină din condițiile de rezemare de la cealaltă extremitate a sasului. Astfel, de exemplu, pentru cazul considerat din fig. 2, $M_0 = 0$, $T_0 = 0$; deformațiile W_0 și θ_0 se deduc din condițiile $M_5 = 0$, $T_5 = 0$. Atunci cînd secțiunea transversală a sasului și încărcările sînt simetrice W_0 și θ_0 se pot determina punînd condiții ca în axul de simetrie $\theta_{ax} = 0$ și $T_{ax} = 0$.

Dacă sasul ecluzei este prevăzut cu un radier cu rost central se va calcula fiecare tronson separat, ținînd seama că în dreptul rostului central M_r și T_r sînt nule.

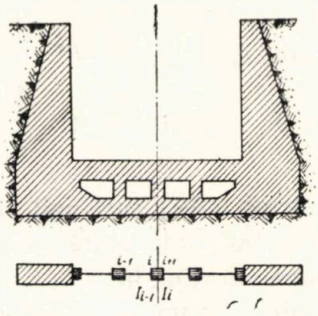


Fig. 3

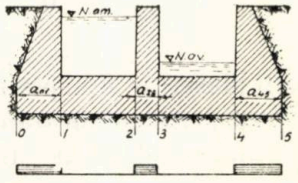


Fig. 4

Acest calcul se poate efectua și cînd radierul sasului are o secțiune variabilă (în trepte) datorită prezenței galeriilor de alimentare. Trecerea de la un tronson cu secțiune constantă la alt tronson cu secțiune constantă, însă diferită de cea precedentă, se face considerînd pentru fiecare tronson cîte o matrice de transfer :

(13) $$[S]_{i+1} = [T]_i^{i+1}\,[T]_{i-1}^{i}\,[S]_{i-1},$$

cu

$$[T]_i^{i+1}\,[T]_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} f_1 & \frac{1}{\alpha}f_2 & -\frac{4\alpha^2}{k}f_3 & -\frac{4\alpha}{k}f_4 & F \\ -4\alpha f_4 & f_1 & -\frac{4\alpha^3}{k}f_2 & -\frac{4\alpha^2}{k}f_3 & F' \\ \frac{k}{\alpha^2}f_3 & \frac{k}{\alpha^3}f_4 & f_1 & \frac{1}{\alpha}f_2 & F'' \\ \frac{k}{\alpha}f_2 & \frac{k}{\alpha^2}f_3 & -4\alpha f_4 & f_1 & F''' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i^{i+1} \times$$

(14)

$$\times \begin{bmatrix} f_1 & \frac{1}{\alpha}f_2 & -\frac{4\alpha^2}{k}f_3 & -\frac{4\alpha}{k}f_4 & F \\ -4\alpha f_4 & f_1 & -\frac{4\alpha^3}{k}f_2 & -\frac{4\alpha^2}{k}f_3 & F' \\ \frac{k}{\alpha^2}f_3 & \frac{k}{\alpha^3}f_4 & f_1 & \frac{1}{\alpha}f_2 & F'' \\ \frac{k}{\alpha}f_2 & \frac{k}{\alpha^2}f_3 & -4\alpha f_4 & f_1 & F''' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{i-1}^{i} .$$

Indicii plasați în dreapta fiecărei matrice indică secțiunile între care se consideră matricea de transfer și în același timp arată că α, f, F corespund tronsonului situat între aceste secțiuni (fig. 3).

Pentru ecluzele gemene cu un bajoaier comun, în principiu, calculul este similar cu cel precedent cu deosebirea că în produsul succesiv al matricelor de transfer, unele dintre matrice se referă la zonele de rigiditate infinită cărora trebuie să li se cunoască sensul rotirii.

De exemplu, pentru o ecluză cu două sasuri (fig. 4) și încărcată simetric, zona 2—3 nu se rotește și matricea de transfer respectivă va fi :

$$(15) \qquad [T]_2^3 = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{ka^2}{2} & 0 & 1 & 0 & \mathfrak{M} \\ ka & 0 & 0 & 1 & P \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_2^3,$$

în care $\mathfrak{M}$ și P provin din încărcările date de bajoaier.

În cazul sasurilor care prezintă un radier cu secțiune transversală variabilă după diferite legi, se consideră un număr de secțiuni astfel încît pe distanța dintre ele secțiunea să poată fi considerată constantă, după care se efectuează calculul în mod similar ca în cazul secțiunilor variabile în trepte.

Exemplu de calcul

S-a considerat radierul sasului reprezentat în fig. 5, în ipoteza de reparații, lățimea de calcul fiind de 1 m iar secțiunile *0, 1, 2, 3* — cele indicate în figură.

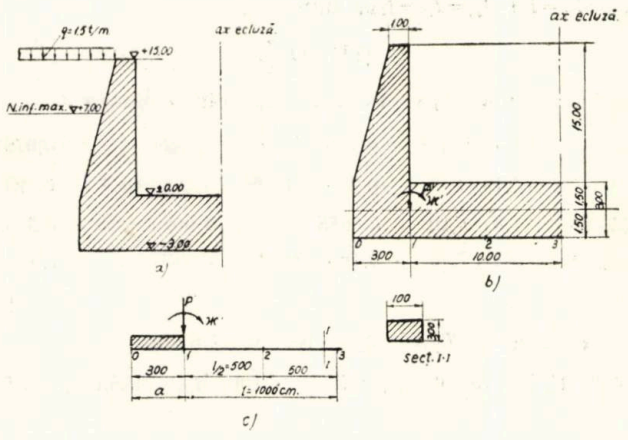


Fig. 5

Încărcările provenite de la bajoaier și reduse la centrul de greutate al radierului au următoarele valori:

$$P' = 1{,}25 \cdot 10^5 \text{ kgf}, \qquad \mathfrak{M}' = 4{,}9 \cdot 10^7 \text{ kgf cm}.$$

Calculul radierului s-a efectuat atît prin metoda propusă cît și prin metoda recomandată în [4].

a) *Calculul radierului prin metoda propusă.* În prealabil se determină matricele de transfer. Conform relațiilor (3) și (5) rezultă:

$$[T]_0^1 = \begin{bmatrix} 1 & 3.10^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1{,}8\cdot 10^7 & 1{,}8\cdot 10^9 & 1 & 3\ 10^2 & 4{,}9\cdot 10^7 \\ 1{,}2.10^5 & 1{,}8\cdot 10^7 & 0 & 1 & -1{,}25\cdot 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_0^1,$$

unde s-a ținut seama că $\alpha = 300$ cm $k = k_p .100 = 400$ kgf/cm^2.

Ținînd seama de (9) se obține

$$[T]_1^2 = \begin{bmatrix} 0{,}9746 & 0{,}4974\cdot 10^3 & -0{,}3047\cdot 10^{-8} & -0{,}5087\cdot 10^{-6} & 0 \\ -0{,}2035\cdot 10^{-3} & 0{,}9746 & -1{,}2144\cdot 10^{-11} & -0{,}3047\cdot 10^{-8} & 0 \\ 0{,}4992\ 10^8 & 0{,}0833\cdot 10^{11} & 0{,}9746 & 0{,}4974\ 10^3 & 0 \\ 1{,}9897\cdot 10^5 & 0{,}4992\cdot 10^8 & -0{,}2035\ 10^{-2} & 0{,}9746 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_1^2,$$

unde s-a avut în vedere că: $\alpha = \sqrt[4]{k/4EI} = 1{,}25.10^3$ cm^{-1}, $\alpha x = \alpha l/2 = 0{,}625$; $f_1 = 0{,}9746$, $f_2 = 0{,}6218$, $f_3 = 0{,}1950$, $f_4 = 0{,}0407$ [1], $F_{12} = 0$, căci s-a considerat sasul gol iar greutatea proprie a radierului s-a neglijat datorită subpresiunii.

Deoarece $l_{12} = l_{23} = l/2$, $I_{12} = I_{23} = I_{rad}$ atunci

$$[T]_2^3 = [T]_1^2.$$

Avînd în vedere relația (11) vectorul de stare din secțiunea *3* va fi:

$$\begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_3 = \begin{bmatrix} -0{,}1000 & 1{,}0036\cdot 10^3 & -0{,}1187\cdot 10^{-7} & -0{,}7584\cdot 10^{-5} & 0{,}0791 \\ -0{,}3438.10^{-2} & -0{,}1413 & -0{,}2240\cdot 10^{-10} & -0{,}1860.10^{-7} & 0{,}3853.10^{-3} \\ 3{,}1555.10^8 & 1{,}4188.10^{11} & 0{,}5955 & 1{,}0924 & -8{,}5670.10^{-7} \\ 4{,}1006.10^5 & 3{,}1267.10^8 & -0{,}1608\cdot 10^{-2} & 0{,}1131 & -1{,}5323.10^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_0^3 \begin{bmatrix} W \\ \theta \\ M \\ T \\ 1 \end{bmatrix}_0.$$

Deoarece în axul ecluzei $T_3 = 0$, $\theta_3 = 0$ rezultă sistemul:

$$0{,}3438\ W_0 + 14{,}134\ \theta_0 = 0{,}03853, \qquad 4{,}1006\ W_0 + 3126{,}7\ \theta_0 = 1{,}53229$$

cu soluțiile:

$$W_0 = 0{,}09716 \text{ cm}, \qquad \theta_0 = 0{,}00036263 \text{ rad}.$$

Efectuînd operațiile matriceale, vectorii de stare din *0*, *1*, *2*, *3* au următoarele expresii:

$$[S]_0 = \begin{bmatrix} 9{,}716\cdot 10^{-2} \\ 3{,}6263\ 10^{-4} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad [S]_1 = \begin{bmatrix} 0{,}20595 \\ 3{,}6263\cdot 10^{-4} \\ 5{,}1402\cdot 10^7 \\ -1{,}0682\cdot 10^5 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$[S]_2 = \begin{bmatrix} -0{,}2788 \\ 0{,}034.10^{-4} \\ 1{,}027.10^{7} \\ -0{,}5586.10^{5} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad [S]_3 = \begin{bmatrix} -0{,}2755 \\ 0 \\ -0{,}2946.10^{7} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

b) *Calculul radierului prin metoda recomandată de literatura de specialitate* [4]. Se obțin, evident, aceleași rezultate.

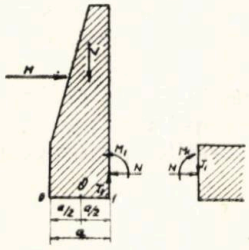


Fig.6

Folosindu-se ecuațiile de echilibru și ecuația fibrei deformate a unei grinzi semiinfinite se stabilește un sistem de două ecuații cu două necunoscute de forma:

$$\begin{cases} \dfrac{6(\mathfrak{M} - M_1)}{a^2} + \dfrac{V}{a} - \dfrac{4T_1}{a} = \alpha(T_1 - \alpha M_1), \\ \dfrac{6(\mathfrak{M} - M_1)}{a^3} - \dfrac{3T_1}{a^2} = \alpha^2(2\alpha M_1 - T_1), \end{cases}$$

în care (fig. 6): M_1 — momentul încovoietor în secțiunea *1*, T_1 — forța tăietoare în secțiunea *1*, N — forța axială în radier, $H = 1{,}67.10^5$ kgf — rezultanta forțelor orizontale, $V = 1{,}25.10^5$ kgf — rezultanta forțelor verticale, $\mathfrak{M} = 6{,}73.10^7$ kgf cm — momentul forțelor exterioare în raport cu *O*, $a = 300$ cm.

Ținînd seama de valorile numerice, ecuațiile devin:

$$0{,}6354 \cdot 10^{-4} M_1 + 1{,}5833 \cdot 10^{-2} T_1 = 4{,}9062 \cdot 10^3, \quad 0{,}2261 \cdot 10^{-6} M_1 + 0{,}3177 \cdot 10^{-4} T_1 = 14{,}9886$$

cu soluțiile:

$$M_1 = 5{,}150 \cdot 10^7 \text{ kgf cm}, \quad T_1 = 1{,}062 \cdot 10^7 \text{ kgf}.$$

Odată aceste eforturi determinate se pot calcula în continuare W_1 și θ_1 și deci și celelalte elemente în diferite secțiuni ale radierului cu metoda lui Krîlov-Umanski. Calculele fiind laborioase s-au determinat numai valorile numerice pentru M_1 și T_1 cu scopul de verificare a metodei propuse.

Observații. 1. La stabilirea ecuației de echilibru (moment) față de punctul *O* este necesar să se țină seama și de forța axială N, aspect neglijat în tratatul [4].

2. În cazul cînd trebuie luate în considerare sarcinile exterioare și variația rigidității zonei dintre bajoaier, metoda recomandată de [4] nu poate fi folosită.

Concluzii

Calculul radierilor ecluzelor fundate pe terenuri ce se comportă după ipoteza lui Winkler se efectuează cu ușurință cu ajutorul metodei propuse rezultînd următoarele avantaje :

1. Matricele de transfer se stabilesc lesne folosindu-se funcțiile lui Krîlov.

2. Dacă rigiditatea radierului este constantă și distribuția sarcinilor exterioare uniformă se determină o singură matrice de transfer corespunzătoare lungimii cîmpului de calcul ; cîmpurile de calcul se consideră cu aceeași deschidere iar numărul lor depinde de exactitatea de calcul necesară.

3. Se pot lua în considerare încărcările de diferite tipuri pe radier și variația rigidității în zona dintre bajoaier.

4. Forma matriceală permite programarea calculelor la mașinile electronice.

Primită la 9 septembrie 1970

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fundații și materiale

BIBLIOGRAFIE

1. Filonenko-Borodici, *Curs de rezistența materialelor.* Ed. tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
2. Lacroix R., *La méthode des matrices de transfert.* Ann. de l'ITBTP, 231—232, (1967).
3. Лихачев В. П. и сотр., *Методы расчета устойчивости и прочности гидротехнический сооружений.* ИЛС, М., 1966.
4. Manoliu I., *Regularizări de rîuri și căi navigabile interioare.* Ed. Tehn., Buc., 1959.

CALCUL DU RADIER DE LA CHAMBRE D'ÉCLUSE À L'AIDE DES MATRICES DE TRASFERT DANS L'HYPOTHÈSE WINKLER

(Résumé)

On présente une nouvelle méthode de calcul du radier des écluses fondées sur des sols qui se comportement selon l'hypothèse Winkler.

On établit les matrices de transfert pour les zones rigides et élastiques.

La méthode permet le calcul des radiers avec rigidité variable de la zone élastique, des radiers avec des joints centraux et des radiers des écluses jumelles.

La forme matricielle des calculs fournit la posibilité de programmer les calculs aux machines électroniques de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 526; 624.

STUDIUL COMPORTĂRII UNUI POD DE BETON PRECOMPRIMAT FOLOSIND METODE GEODEZICE [1])

DE

GH. NISTOR, EUGEN POPA, CALISTRU APREUTESEI, IULIAN BARBĂLATĂ şi GH. GAVRILOV

1. Introducere

Cunoaşterea modificărilor pe care le suferă construcţiile în decursul timpului prezintă o mare importanţă în vederea reducerii dificultăţilor şi nesiguranţei calculelor de proiectare ca şi în scopul verificării structurilor.

Măsurarea acestor modificări, ce rezultă din diferite acţiuni şi solicitări, constituie una din cele mai interesante probleme din cadrul cercetărilor. Pe lîngă indicaţiile privind comportarea elastică, oboseala materialelor şi comportarea terenului de fundaţie, măsurarea modificărilor construcţiilor permite o confruntare între ipotezele studiilor teoretice şi rezultatele practice obţinute. Metodele geotopografice au o utilizare foarte largă în măsurarea tasărilor şi deplasărilor construcţiilor.

Lucrarea prezintă modul de folosire a microtriangulaţiei, combinată cu observaţii de nivelment geometric de precizie, la urmărirea podului cu structuri de beton precomprimat „Tudor Vladimirescu" de peste rîul Bahlui. Urmărirea s-a efectuat atît în faza de execuţie cît şi după darea în exploatare.

Scopul principal urmărit a fost de a se cerceta posibilitatea utilizării microtriangulaţiei în studiul comportării unui pod şi de a stabili cele mai judicioase condiţii de lucru.

2. Organizarea lucrărilor

O condiţie esenţială în reuşita măsurărilor prin această metodă o constituie alegerea punctelor microtriangulaţiei (a reperelor fixe). S-au plantat un număr de şase repere fixe, cîte trei pe fiecare mal (fig. 1),

*)Comunicată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, 28—30 septembrie 1967.

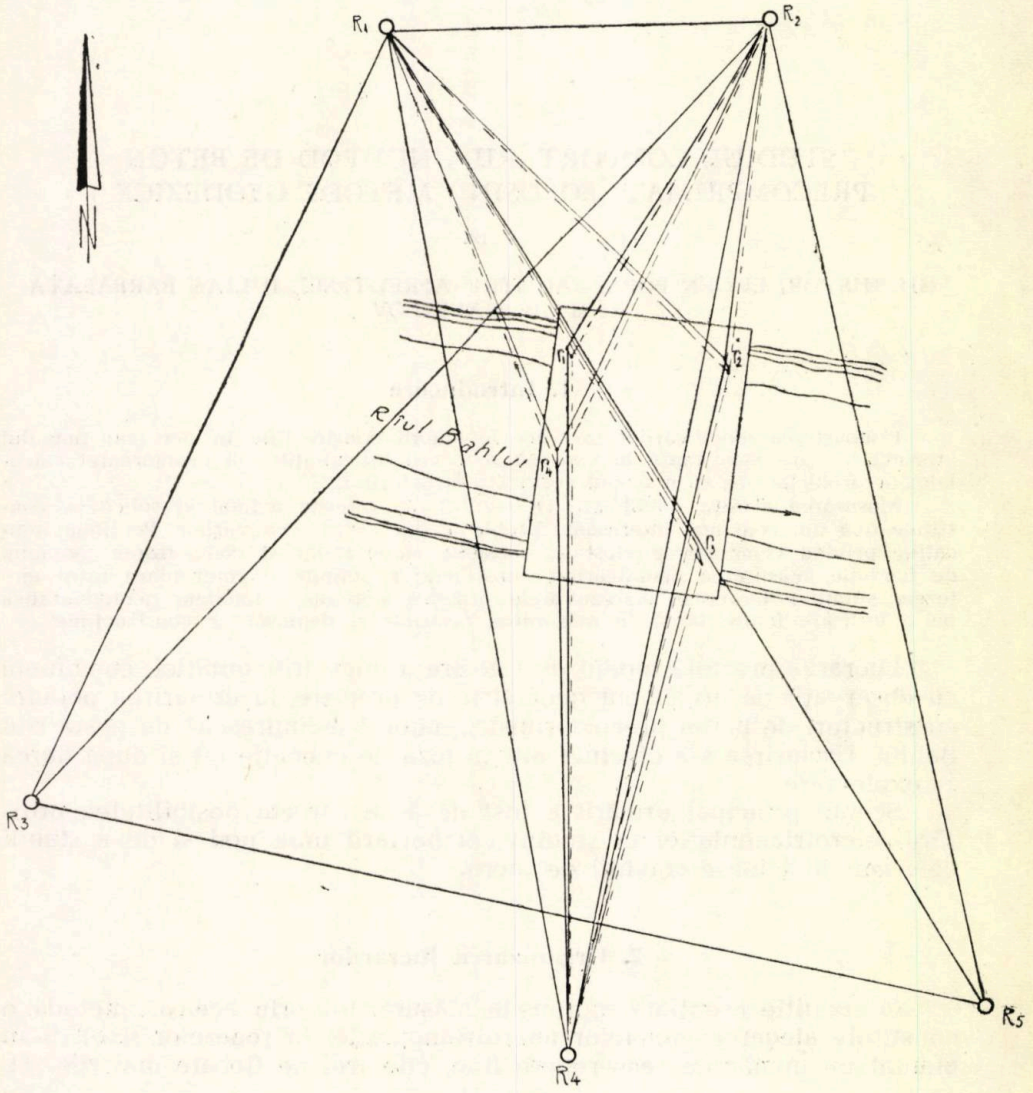


Fig. 1. — Schița microtriangulației:
R — repere fixe, *r* — repere mobile.

patru de suprafață și două de adîncime (R_2 și R_4). Reperele de suprafață constau din pilaștri de beton armat cu dimensiunile $30\times30\times120$ cm, încastrați într-un radier de beton de $80\times80\times180$ cm. În partea superioară a pilastrului s-a fixat, în beton, o placă de oțel, în mijlocul căreia se află dispus un reper cu filet ce înlocuiește șurubul pompă (fig. 2). Astfel se asigură o perfectă centrare a teodolitului și a semnalelor pe reperele fixe.

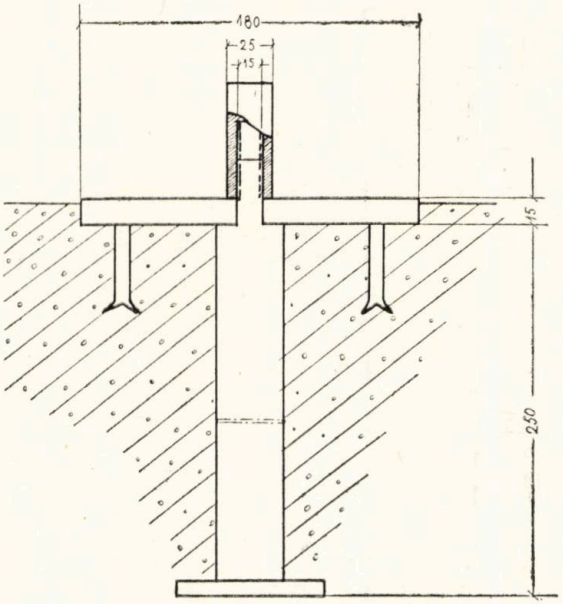


Fig. 2. — Placa pilastru.

Reperele de adîncime au fost executate prin forare și încastrate în stratul de argilă, aflat la 14 m adîncime.

Execuția reperelor fixe s-a făcut la începutul lucrărilor de construcție a podului, în scopul stabilizării lor în timp. Datorită unor lucrări de canalizare și nivelare, au fost distruse reperele R_3 și R_6.

Determinarea reperelor fixe s-a făcut după circa 16 luni de la confecționarea lor. A fost necesară mai întîi măsurarea bazei R_1R_2, folosind trusa cu fire de invar. Pentru comparare, avîndu-se în vedere lungimea redusă, baza a fost măsurată folosindu-se și autoreductorul Redtha și mira orizontală de invar Wild. În calcule s-a introdus mărimea obținută prin măsurarea în paralel cu două fire de invar de 24 m.

Unghiurile orizontale s-au măsurat cu patru reiterații. Patrulaterul cu ambele diagonale vizate R_1, R_2, R_3, R_5, a fost compensat prin metoda riguroasă și semiriguroasă. Coordonatele tuturor punctelor au fost determinate prin metoda drumuirii într-un sistem local de axe.

În grinzile laterale ale podului s-au fixat un număr de patru repere mobile. Partea inferioară a reperului s-a sudat de fierul beton şi apoi s-a cimentat, fiind protejată de un capac de canal. În timpul observaţiilor, partea superioară a reperului mobil se înşurubează în partea inferioară. Reperul semnal este protejat de un căpăcel (fig. 3).

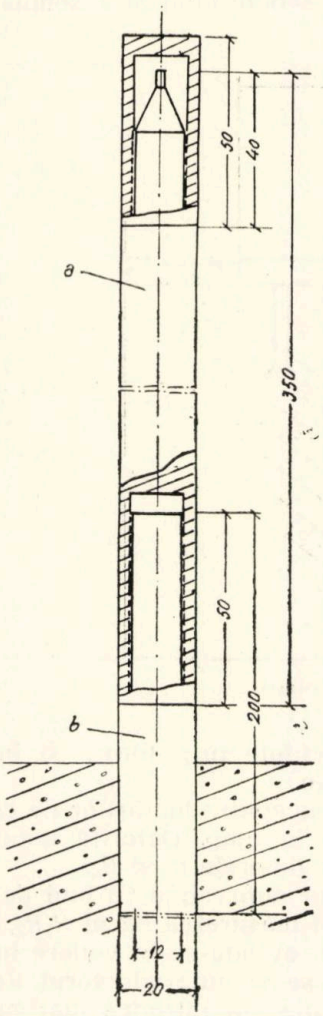


Fig. 3. — Schiţa reper mobil:
a — partea superioară,
b — partea inferioară.

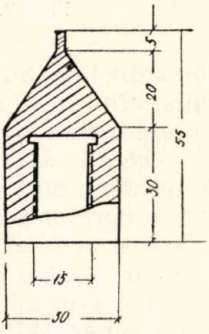


Fig. 4. — Schiţa reper semnal.

Reperele semnal, care se fixează pe reperele fixe prin înşurubare, sînt confecţionate din bronz (fig. 4).

3. Aparatura

La măsurarea bazei s-au folosit : trusa de fire invar, trepiede reper, trepiede întinzătare, contragreutăţi, termometre, autoreductorul şi mira Redtha, mira orizontală de invar Wild, teodolitul Theo 010 şi nivelul Ni 030.

La executarea nivelmentului de precizie s-a folosit nivelul Ni 004. Măsurarea unghiurilor orizontale s-a efectuat cu teodolitele Theo 010 şi MOM Tbl, ambele cu precizia de 1 ^{cc}.

4. Executarea observaţiilor şi calculul deplasărilor

În timpul execuţiei s-a urmărit prin nivelment geometric de precizie:

1. Comportarea eşafodajului în timpul turnării betonului în grinzi. În acest scop s-au fixat un număr de 5 mărci în eşafodaj, făcîndu-se observaţii înainte şi după turnare. Tasarea a fost în medie de 25 mm.

2. Comportarea grinzilor în timpul comprimării. Măsurările s-au efectuat asupra a 12 mărci, cîte 6 pe fiecare jumătate de pod (fig. 5). În jumătatea din amonte s-a constatat o înălţare la mijloc de 13 mm, iar în jumătatea din aval, de 19 mm. În tot timpul comprimării s-au efectuat observaţii nivelitice şi asupra unor repere din fundaţie. În chesonul de pe malul sting nu s-a observat nici o tasare în timp ce la cel de pe malul drept s-a pus în evidenţă o tasare cuprinsă între 0,8 şi 1,8 mm.

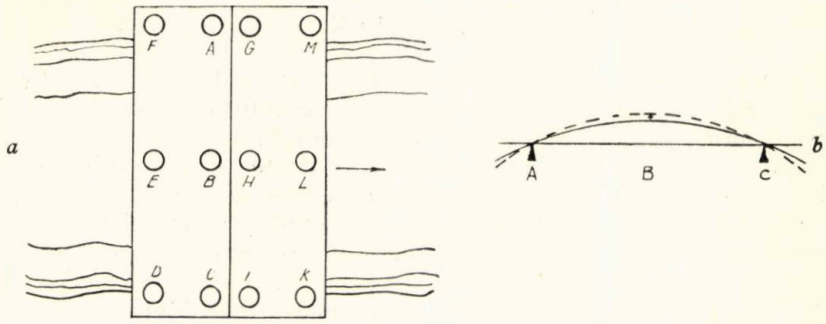


Fig. 5. — Urmărirea grinzilor la comprimare : *a* — schiţa reperelor de pe grinzi, *b* — săgeata de încovoiere.

După darea în exploatare a podului s-au efectuat două cicluri de măsurări, în zilele de 28 martie 1967 şi 12 septembrie 1967. În ambele cicluri determinarea reperelor mobile s-a realizat cu ajutorul reperelor fixe R_1, R_2 şi R_4. Măsurarea unghiurilor orizontale s-a făcut cu patru reiteraţii, coordonatele reperelor mobile determinîndu-se prin metoda intersecţiei unghiulare înainte.

Din compararea determinărilor a rezultat că podul prezintă o deplasare pe direcţia axei Oy, aproximativ în sensul axei longitudinale. Mărimile deplasărilor pe cele două axe reies din tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. reper	Data observaţiei	Coordonate absolute		Deplasări	
		x	y	Ox	Oy
R_1	28 III 1967 12 IX 1967	1 019,915 1 019,916	953,158 953,156	−0,001	+0,002
R_2	28 III 1967 12 IX 1967	1 038,797 1 038,798	945,088 945,084	−0,001	+0,004
R_3	28 III 1967 12 IX 1967	1 026,041 1 026,041	910,150 910,147	0,000	+0,003
R_4	28 III 1967 12 IX 1967	013,231 1 013,232	935,060 935,053	−0,001	+0,007

La verificarea executată asupra reperelor fixe nu s-a constatat nici o deplasare în plan a acestora.

5. Concluzii

În urma rezultatelor obţinute pînă în prezent, în ceea ce priveşte folosirea microtriangulaţiei la urmărirea comportării podului cu structuri precomprimate, se poate afirma că metoda corespunde. Din analiza problemelor ivite pe parcurs se pot desprinde următoarele concluzii:

1. Se poate renunţa la cele două repere dispuse aproximativ pe axul podului deoarece folosirea lor dăunează preciziei de determinare a reperelor mobile, intersectarea vizelor făcîndu-se sub unghiuri necorespunzătoare.

2. Cele patru repere trebuie alese astfel încît determinarea reperelor mobile să se facă sub unghiuri de minimum 30°.

3. Deoarece se urmăreşte măsurarea deplasării absolute a unor puncte în spaţiu şi nu raportul faţă de bază, se poate admite chiar o eroare de 20 mm la o bază de 100 m lungime, cu condiţia ca reperele să fie determinate numai faţă de această bază. Este de dorit să se aleagă două baze, cîte una pe fiecare mal, reperele mobile urmărindu-se faţă de ambele baze.

4. Pentru simplificarea calculelor este util să se renunţe la determinarea coordonatelor reperelor mobile, calculîndu-se valorile nume-

rice ale deplasărilor în funcție de abaterile unghiulare numai față de bază. Controlul se poate face determinînd aceleași deplasări pe cale grafică, față de a doua bază.

Primită la 5 ianuarie 1970

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de drumuri și poduri
Laboratorul de topografie

BIBLIOGRAFIE

1. Mihail D., *Aplicațiile topografiei în construcții.* Ed. tehn., Buc., 1962.
2. Costăchel A., *Construcția și calculul stabilității unui nou tip de reper de nivelment de precizie.* Rev. de geodez. și org. terit., *1* (1964).
3. * * * *Normativ experimental pentru urmărirea tasărilor construcțiilor civile și industriale.* I.N.C.E.R.C., Buc., 1961.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ОДНОГО МОСТА ИЗ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕННОГО БЕТОНА ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

(Резюме)

Работа представляет некоторые вопросы, связанные с исследованием функционирования одного моста из железного бетона с полуфабрикатнами структурами, методом малотриангуляцей.

Представляется выводы из анализа результатов.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 625.8 ; 691.4

CERCETĂRI PRIVIND DETERMINAREA CARACTERISTICILOR ELASTICE ALE PĂMÎNTURILOR FOLOSITE CA TEREN DE FUNDAŢIE LA LUCRĂRI DE DRUMURI

DE

C. ANTON

1. Una din problemele cele mai importante care intervin în preocupările cercetătorilor, proiectanţilor şi constructorilor de drumuri, o constituie adoptarea unor metode de calcul raţional ale sistemelor rutiere, prin folosirea unui model matematic cunoscut, capabil să reprezinte starea de eforturi şi deformaţii din corpul drumului.

Complexul rutier fiind alcătuit dintr-o succesiune de straturi, a fost necesară adoptarea unei soluţii bazată pe unele ipoteze simplificatoare, asimilînd complexul cu un sistem format din straturi elastice, situat la partea superioară a unui masiv elastic semiinfinit.

Materialele din care este alcătuit complexul rutier nefiind corpuri perfect elastice este necesară stabilirea unor intervale de valabilitate a ipotezelor amintite.

O direcţie de cercetare este reprezentată de determinarea stării de eforturi şi deformaţii din masiv şi compararea acesteia cu starea de eforturi şi deformaţii luată în consideraţie prin acceptarea ipotezei semispaţiului elastic.

Din lipsa unei tehnici corespunzătoare a mijloacelor de măsurare a eforturilor şi deformaţiilor în masiv şi la nivelul diferitelor straturi, au căpătat o dezvoltare mare metodele care au la bază măsurarea deformaţiilor la suprafaţă. Astfel de măsurători se efectuează pe probe la scară naturală a dimensiunilor şi încărcărilor (drumuri în circulaţie, staţii pilot, poligoane) şi la scară redusă în laborator.

2. În majoritatea metodelor de calcul raţional, caracteristicile diferitelor straturi, sub forma modulilor de elasticitate sau deformaţie, sînt introduse ca rapoarte între modulii diferitelor straturi. Toate metodele actuale de determinare a modulilor de elasticitate introduc anumite grade de convenţionalitate greu de determinat. Pentru a evita erori însemnate în această importantă problemă a dimensionării sistemelor rutiere, apreciem că la determinarea modulilor de elasticitate sau deformaţie trebuie să se aibă în vedere condiţii care să asigure pe de o parte diminuarea gradului de convenţionalitate la determinarea valorilor absolute ale modulilor de elasticitate, iar pe de altă parte să se elimine posibilităţile de introducere a unor abateri în determinarea valorilor relative ale acestor caracteristici, de la un strat la altul.

În acest scop apreciem că trebuie folosite metode unitare de determinare a acestor caracteristici, atît pentru pămînturi cît şi pentru straturile rutiere. De exemplu, considerăm că este riscant să se introducă în relaţii de calcul valorile modulilor de elasticitate determinate pentru pămînturi, în laborator, pe probe cu dimensiuni reduse, asociate cu moduli de elasticitate ai balastului, determinaţi pe masive sau pe probe de dimensiuni mari.

Consideram de asemenea că probelor de pămînt sau ale altor materiale din straturi supuse determinărilor, trebuie să li se asigure o stare de agregare similară celei obţinute în corpul drumului, orice modelare dimensională a agregatelor conducînd la rezultate convenţionale, greu de apreciat dacă nu sînt asociate cu încercările la scară naturală.

În relaţiile de calcul trebuie folosite caracteristicile elastice ale pămîntului, materialelor din straturi sau ale sistemului în totalitatea lui. Aceste caracteristici nu se pot obţine în perioada de formare a sistemelor sau straturilor rutiere, rezultînd că determinarea lor trebuie făcută după un număr mai mare de încărcări, la care se apreciază că perioada de formare a fost relativ încheiată.

Cunoscînd că deformaţia straturilor aglomerate şi a pămînturilor coezive este influenţată de frecvenţa şi viteza de încărcare, rezultă că determinarea modulilor de elasticitate la o singură încărcare statică de durată nu este convingătoare.

Fără a prezenta toate aspectele legate de modul în care se întreprind cercetările actuale, ne exprimăm convingerea că pentru a obţine date utilizabile este necesar ca încercările să fie efectuate în această etapă la scara naturală a dimensiunilor şi încărcărilor, în condiţii în care pot fi stăpîniţi parametrii (umiditate, temperatură, trafic etc.) care pot influenţa rezultatele.

Aceste condiţii de cercetare nu se pot obţine cu cheltuieli minime decît în staţii pilot sau pe poligoane.

3. La cercetarea pămînturilor sau a straturilor rutiere, care prin funcţiunea lor sînt menite să suporte efectul încărcărilor cu caracter repetat, credem că trebuie luate în considerare două stadii distincte esenţial deosebite şi anume :

a) stadiul sau perioada de formare a structurii sub acţiunea încărcărilor cu caracter repetat, în care are loc un proces de îndesare care conduce la stabilizarea caracteristicilor de deformabilitate şi

b) stadiul de exploatare curentă, în care procesul de formare este relativ încheiat, straturile sau sistemul în totalitatea lui lucrînd numai cu deformaţii elastice.

Caracteristic pentru perioada de formare este modulul de deformaţie care ia în considerare deformaţiile totale acumulate, sau modulul de deformaţie plastic care ia în considerare acumularea deformaţiilor remanente. Rezultatele cercetărilor întreprinse în acest stadiu sînt folositoare pentru fixarea unor parametri calitativi care trebuie obţi-

nuți în execuție pentru a evita acumularea unor deformații remanente inadmisibile.

Cel de al doilea stadiu, de exploatare curentă, este caracterizat printr-un modul de elasticitate determinat pentru valori stabile ale deformației elastice. Modulul de elasticitate care caracterizează acest stadiu de lucru trebuie determinat în condițiile cele mai defavorabile de încărcare și stare a pământului sau straturilor, posibile în exploatarea drumului, (frecvență, viteză de încărcare, umiditate de calcul, temperatură etc.). Introducînd aceste valori ale modulului de calcul în relațiile analitice uzuale, nu ne putem aștepta la distrugerea sistemului rutier decît prin apariția fenomenului de oboseală la nivelul pămîntului sau a unui strat rutier.

4. Pentru cercetarea comportării pămînturilor, materialelor din straturi și a sistemelor rutiere în aceste două stadii de lucru, în vederea determinării unor caracteristici (modul de deformație, modul de elasticitate), am construit o instalație astfel concepută încît să fie capabilă a realiza întreaga gamă de variație a parametrilor de încărcare proprii circulației rutiere.

Eliminînd toți factorii de modelare ce ar putea introduce erori în determinarea modulilor de elasticitate (dimensiunea probei, valoarea încărcării, frecvența și viteza de încărcare, epura variației presiunii în cadrul unui ciclu etc.) rămîne ca principal element, influența rigidității plăcilor folosite pentru transmiterea încărcării. La nivelul patului sau a diferitelor straturi rutiere se poate considera că încărcările sînt transmise prin intermediul unei plăci circulare cu o rigiditate variabilă, cuprinsă între cea a unei plăci perfect rigide și a uneia perfect elastice. Chiar dacă s-ar cunoaște rigiditatea plăcii, ipotetic admisă, prin care se transmit încărcările la nivelul fiecărui strat, nu ar fi necesar să se folosească plăci de încărcare cu rigidități variabile întrucît valorile modulilor de elasticitate obținute ar trebui să fie aceleași. Admițînd că starea de eforturi într-un masiv de pămînt sau dintr-un material ce alcătuiește unul din straturi este similară celei avute în vedere în ipoteza semispațiului elastic ar rezulta că modulul de elasticitate E, determinat după perioada de formare, poate fi calculat cu relații de forma :

$$E_1 = 0{,}5\,\frac{\pi\,(1-\mu^2)}{Z_e}\,pr, \tag{1}$$

pentru placa rigidă și

$$E_2 = 0{,}54\,\frac{\pi\,(1-\mu^2)}{Z_{e\,\mathrm{med}}}\,pr, \tag{2}$$

pentru placa flexibilă, dacă se ia în considerare deformația medie.

Problema care se pune în acest caz este legată de rigiditatea plăcii care se folosește pentru determinarea modulului de elasticitate. Deși am construit o placă flexibilă la care se pot determina deformațiile sub

placă în punctele caracteristice am ales pentru încercări placa rigidă din următoarele motive: a) determinarea tasării pe placa rigidă se efectuează fără erori, b) influența plasticizării pe contur poate fi neglijată la plăci cu diametrul mare, avînd în vedere că pentru calculul modulului de elasticitate se folosesc deformațiile elastice ale căror valori sînt puțin influențate de fenomenul de plasticizare.

Modulul de elasticitate fiind o caracteristică a materialului trebuie să aibă aceleași valori indiferent de diametrul plăcii sau de valoarea presiunii.

5. Pentru a verifica măsura în care masivul de pămînt poate răspunde condițiilor ipotetice ale semispațiului elastic, s-au efectuat încercări pe un pămînt de tipul unei argile prăfoase cu caracteristicile: $W_L = 39...42\%$, $W_p = 15{,}5\%$, $I_p = 23{,}5...26{,}2$, $\gamma_d = 1{,}662$ gf/cm^3, la o umiditate optimă $W_{opt} = 18{,}5\%$. S-a obținut, la o umiditate $W_d = 17{,}5\%$, $\gamma_d = 1{,}622$ gf/cm^3.

Încercările s-au întreprins pe probe cu aceleași caracteristici, utilizîndu-se plăci rigide cu diametre de 34,5; 50; 59 și 75 cm. Treptele de încărcare folosite la fiecare placă au fost de 0,5; 1,0; 1,5 și 2 kgf/cm^2.

S-a folosit același program de încărcare caracterizat prin următorii parametri: a) durata unui ciclu de încărcare-descărcare 2,22 sec, b) timpul de încărcare 1,11 sec, c) timpul de descărcare 1,11 sec, d) durata pauzei între două cicluri 2,22 sec.

S-au determinat deformațiile reversibile pentru diferite trepte ale numărului de cicluri, calculîndu-se modulii de elasticitate cu relația (1), considerînd $\mu = 0{,}4$ corespunzător pămîntului folosit.

În tabelul 1 sînt înscrise valorile modulilor de elasticitate pentru cinci trepte ale numărului de cicluri obținute pe cele patru plăci încărcate în patru trepte pînă la 2 kgf/cm^2.

Exceptînd valorile modulilor de elasticitate obținute la prima treaptă de încărcare, care pot introduce erori, și cele corespunzătoare treptei de 2 kgf/cm^2, pentru care au apărut fisuri și tendințe de umflare în jurul plăcii, valorile obținute permit să se facă unele observații importante.

Valorile modulilor de elasticitate obținute după 2 000 cicluri, pentru care perioada de formare se poate considera relativ terminată, prezintă un grad foarte mic de împrăștiere. Toate valorile se înscriu în limite cuprinse între 865 kgf/cm^2 și 897 kgf/cm^2. Excepție de la aceste rezultate fac modulii de elasticitate obținuți la placa cu diametrul de 34,5 cm, pentru care apar fenomene de poansonare prin depășirea mai rapidă a rezistențelor de tensiune în jurul plăcii.

O concluzie importantă ce se poate trage din aceste observații este aceea că modulii de elasticitate determinați la trepte de încărcare ce nu depășesc anumite limite, cu plăci avînd diametre mai mari de 50 cm, au aproximativ aceleași valori. Avînd în vedere că pentru determinarea acestora s-a folosit relația (1), valabilă pentru semispațiul elastic, pentru care valorile modulului E sînt constante, se poate trage

Tabelul 1

Moduli de elasticitate

Nr. cicluri	Diametrul plăcii cm	Treapta de încărcare			
		$p = 0,5$	$p = 1,0$	$p = 1,5$	$p = 2,0$
1	34,5	785	985	820	730
10		700	817	812	700
100		755	814	780	732
500		735	820	763	720
1 000		745	807	760	701
2 000		715	802	758	673
1	50	825	912	930	925
10		775	850	897	885
100		776	850	886	900
500		805	850	877	887
1 000		806	848	870	880
2 000		805	865	875	840
1	59	874	989	955	
10		812	880	926	
100		819	883	920	
500		830	866	905	
1 000		836	863	897	
2 000		836	875	897	
1	75	871	978	980	1 003
10		830	905	960	1 002
100		885	917	925	980
500		895	906	898	965
1 000		916	905	896	954
2 000		928	890	886	960

concluzia că starea de eforturi și deformații elastice în masivul de pământ este similară cu cea luată în considerare de teoria elasticității. Acest rezultat confirmă concluziile stabilite de diferiți cercetători, care au efectuat măsurători ale eforturilor și deformațiilor în masiv, arătînd că starea de eforturi în pămînturile coezive este apropiată de cea luată în considerare în cazul semispațiului elastic.

Variația modulilor de elasticitate cu numărul de cicluri este mai accentuată în intervalul [1, 10] cicluri de încărcare. Valorile rapoartelor E_1/E_{10} și $E_2/E_{2\,000}$, consemnate în tabelul 2, confirmă această afirmație.

Avînd în vedere că valorile modulilor de elasticitate determinate la 10 cicluri sînt apropiate de valorile obținute la 2 000 cicluri s-ar putea trage concluzia că este suficient să se determine deformațiile elastice la 10 cicluri de încărcare. Pentru a verifica dacă aceste determinări sînt suficiente am întreprins încercări pe o placă cu diametrul de 50 cm, aplicînd șapte trepte de încărcare pînă la 4,2 kgf/cm^2. Aceste

Tabelul 2

Valorile rapoartelor E_1/E_{10} şi E_1/E_{2000}

Diametrul plăcii cm	E_1/E_{10}		E_1/E_{2000}	
	$p=1$	$p=1,5$	$p=1,0$	$p=1,5$
50	1,08	1,04	1,06	1,06
59	1,13	1,03	1,13	1,07
75	1,12	1,02	1,10	1,10

încercări au arătat că rapoartele E_1/E_{10} şi E_1/E_{2000} se păstrează relativ aceleaşi pînă la presiunea de 4,5 kgf/cm^2 deşi această valoare depăşeşte presiunea limită de 2,5 kgf/cm^2 pentru care deformaţia remanentă se acumulează mai intens şi după primele 10 cicluri de încărcare.

Efectul depăşirii presiunii limită asupra valorii modulului de elasticitate este observat printr-o diminuare a valorii acestuia.

La acelaşi program de încărcare valorile modulilor de elasticitate obţinuţi la diferite trepte de încărcare au valorile indicate în tabelul 3.

Tabelul 3

Valorile modulilor de elasticitate la diferite încercări

Presiuni, [kgf/cm^2]	1,26	1,88	2,50	3,00	3,5	4,12	4,50
Moduli de elasticitate	850	855	756	748	721	750	750

Pe baza acestor observaţii rezultă că s-ar putea limita totuşi numărul de încărcări pentru determinarea modulului de elasticitate alegînd valorile acestora pe partea ascendentă a curbei determinată de relaţia modul—presiune. Este totuşi indicat, pînă la verificarea acestor observaţii pe diferite pămînturi, la diferite umidităţi, ca modulul de elasticitate să fie determinat la un număr mai mare de cicluri, corespunzător perioadei de formare.

O altă observaţie este aceea că deşi neînsemnată, influenţa exercitată de diametrul plăcii asupra valorilor modulilor de elasticitate permite utilizarea unor plăci cu diametru mai mic (50 cm în loc de 75 cm) întrucît se obţin valori acoperitoare.

Primită la 15 decembrie 1969

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de drumuri şi poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Sparrow R. W., Colin Tory A., *Behaviour of Division, Soil Mass under Dynamic Loading.* J. of the Soil Mech. a. Found., **93**, S.M., 3 mai (1966).
2. Brown R. W., Tell R. S. Subgrade of the Soil Mech. a Found. Div., **93**, S.M. *1* (1967).
3. Бируля А. Б., *Конструирование и расчет нежестких одежд автомобильных дорог.* М., 1964
4. Teliaev P. I., *Starea de tensiune a sistemelor rutiere sub acțiunea statică și de scurtă durată a sarcinilor.* Caiet selectiv, *11* (1964), (trad. din l. rusă).
5. Wester K., *Cercetări în construcția de drumuri din Olanda.* Caiet selectiv, *8*, (1966), (trad. din l. germană).

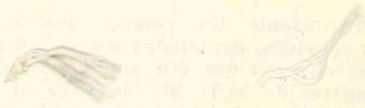
RECHERCHES CONCERNANT LA DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES ÉLASTIQUES DES TERRES, EN VUE DE LEUR UTILISATION COMME FONDATIONS POUR LES CHAUSÉES

(Résumé)

On présente les valeurs des modules d'élasticité, déterminées à l'aide des charges répétées, appliquées sur un sol massif d'argile poussiéreuse.

Les charges ont été appliquées à l'intermède de quatre plaques rigides ayant les diamètres de 34,5 ; 50 ; 59 et 75 cm.

On a déterminé la variation du module d'élasticité en fonction du diamètre de la plaque, de la valeur de la charge et du nombre des cycles.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625 8; 681.

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND COMPORTAREA UNOR MIXTURI BITUMINOASE LA SOLICITĂRI REPETATE*)

DE

C. PLĂCINTĂ

1. Introducere

Deoarece sistemul rutier trebuie alcătuit astfel încît eforturile şi deformaţiile produse de sarcini să fie sub limitele admise în diverse straturi, este utilă stabilirea unei metodologii care să permită determinarea unor parametri de calcul necesari fixării grosimilor raţionale ale straturilor care alcătuiesc şoseaua.

În acest scop s-a pus la punct o metodologie de laborator privind determinarea valorilor aproximative ale modulului de rigiditate pe baza unei legi de deformaţie date.

2. Partea experimentală

2.1. Ruperea îmbrăcăminţilor bituminoase, prin oboseală, este consecinţa solicitărilor de flexiune, fapt pentru care s-a ales solicitarea epruvetelor la încovoiere sub o lege de deformaţie sinusoidală, formă care este apropiată de linia de influenţă într-un punct a succesiunii unei sarcini care se deplasează pe şosea.

O astfel de încercare permite compararea diverselor materiale bituminoase care lucrează în aceleaşi condiţii.

2.2. Epruveta supusă solicitării are dimensiunile de $25 \times 5 \times 2{,}5$ cm şi este încastrată pe o lungime de 5 cm, astfel încît secţiunea în care se produce ruperea să fie chiar în materialul de studiat. Epruvetele cu aceste dimensiuni sînt folosite numai pentru studiul mixturilor bitumi-

*) Comunicată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, 2—4 iulie 1970.

noase cu agregate a căror dimensiune nu depășește 8 mm, pentru a se asigura probei un grad corespunzător de omogenitate.

2.3. Solicitarea aplicată la capătul liber al epruvetei este alternantă, de formă sinusoidală.

Vibrațiile forțate sînt produse în jurul poziției de echilibru, iar forța rezultantă este îndreptată întotdeauna spre poziția de echilibru static al barei.

Deformația aplicată la capătul liber al barei este de forma :

$$f(t) = f_0 \sin \omega t, \tag{1}$$

forța rezultantă fiind :

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t - \varphi), \tag{2}$$

unde : ω — pulsația, φ — unghiul de defazaj dintre forță și deformație.

Frecvențele alese se situează în domeniul frecvențelor joase și sînt de 3,3 ; 6,6 și 13,2 Hz, cu scopul de a putea realiza joncțiunea cu domeniul încercărilor statice propriu-zise.

2.4. Valoarea extremă a deformației relative este de $7{,}64.10^{-4}$, mărime obținută curent pe șosele și pe piste de încercare [1], [2] la temperaturi obișnuite. Nijboer și Monismith [3] arată că deformațiile în straturile șoselelor de beton bituminos pot atinge „cîțiva 10^{-4} sub efectul sarcinilor grele".

2.5. Modulul de rigiditate al mixturii se calculează plecînd de la deformația reală aplicată, efortul rezultant și caracteristicile geometrice ale epruvetei :

$$S_m = \frac{4Fl^3}{fbh^3}, \tag{3}$$

unde : F — forța rezultantă, f — săgeata la extremitatea liberă, l, b, h — dimensiunile epruvetei.

2.6. Pentru determinarea modulului de rigiditate s-a construit un aparat de flexiune cu bară reprezentat în fig. 1. Aparatul este constituit dintr-un soclu de beton pe care este fixat motorul trifazat împreună cu un reductor de rotații și sistemul de camă cu excentric ; rulmentul, care joacă rol de camă, este înfășurat într-o cămașă metalică care a permis fixarea unui dorn încastrat în cămașă și articulat în capul pîrghiei. Pîrghia este fixată într-un perete rigid prin intermediul unui dorn, avînd posibilitate de rotire. La partea inferioară a pîrghiei se fixează traductorul de forță.

Înregistrarea efortului s-a efectuat cu aparatură electronică adecvată.

Înainte de a se trece la încercările repetate, aparatajul a fost etalonat în regim static.

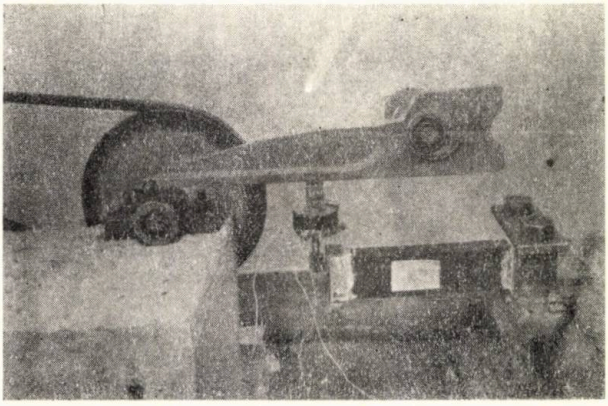


Fig. 1. — Aparat de flexiune cu bară

3. Rezultatele încercărilor

3.1 Mixturi realizate

3.1.1. În cadrul încercărilor repetate la deformație impusă s-au studiat două tipuri de mixturi bituminoase și anume: mortar și beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură, folosite curent ca îmbrăcăminți pe șoselele din țara noastră.

Procentul de bitum (80/120 penetrație) este, pentru mortar, de 10% din masa mixturii, iar pentru beton, de 8,5%.

Mixturile realizate prezintă rezistențe la compresiune, determinate pe cilindri cu $h = d = 5$ cm, (85 kgf/cm^2 pentru beton și 65 kgf/cm^2 pentru mortar la temperatura de +22°C), și compactități ridicate, (99% pentru beton și 98% pentru mortar), fapt care le recomandă pentru a fi utilizate pe șosele cu trafic greu.

3.1.2. Gama de temperaturi în care s-au efectuat încercările a fost cuprinsă între +5° și +23°C, temperaturi care s-au putut realiza în cadrul laboratorului, cu constanța necesară.

Probele au fost încercate în intervalul de 24...48 ore de la confecționare.

3.1.3. Impunînd dispozitivului mecanic frecvența de solicitare și deformația maximă, se înregistrează variația efortului pentru o temperatură și număr de cicluri aplicat date. Efortul rezultant are o variație similară cu cea a deformației aplicate.

3.2. Influența temperaturii

Dacă se reprezintă valorile modulului de rigiditate (valori obținute la deformația maximă de $7{,}64.10^{-4}$) funcție de numărul de cicluri aplicat și temperatura de încercare, într-un sistem de axe rectangulare, în care pe abcisă se trece logaritmul numărului de cicluri, iar pe ordonată valorile modulului (fig. 2) se constată că modulul scade liniar cu logaritmul numărului de cicluri pînă la un anumit număr de cicluri. Acest număr de cicluri este funcție de temperatură și anume la temperaturi mai scăzute numărul de cicluri este mai redus. După această porțiune liniară valorile modulului scad foarte repede datorită microfisurilor sau benzilor de lunecare care apar din cauza oboselii materialului.

Ținînd seama de rigiditatea mixturilor bituminoase care depinde de temperatură, de durata de încărcare, de caracteristicile reologice și de compoziția mixturii, s-a ajuns la concluzia că atunci cînd modulul de rigiditate, calculat ca raport dintre amplitudinea efortului și amplitudinea deformației, pentru o frecvență dată, are o variație de forma:

$$S_m = S_0 + m \log N, \tag{4}$$

în care : S_m — modulul de rigiditate la ciclul N, S_0 — modulul de rigiditate la primul ciclu, N — numărul de cicluri, m — coeficientul unghiular al dreptei.

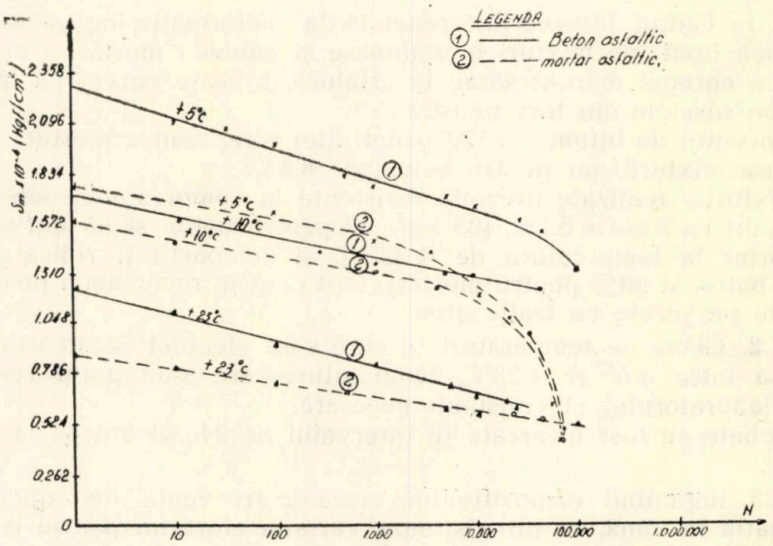


Fig. 2. — Variația modulului de rigiditate sub efectul repetării deformației la diferite temperaturi și la frecvența 6,6 Hz.

Această lege de variație este valabilă la temperatura de +5°C pentru valori ale numărului de cicluri N de ordinul miilor, la temperatura de +10°C pentru valori de ordinul zecilor de mii, iar la temperatura de +23°C pentru valori de ordinul sutelor de mii.

3.3. Influența duratei de aplicare a deformației

Dacă în același sistem de axe de coordonate se reprezintă valorile modulului funcție de frecvența de aplicare a deformației pentru o temperatură dată (fig. 3), se obține o aceeași alură a curbei de variație a modulului funcție de numărul de cicluri aplicat.

Deoarece mixturile bituminoase sînt corpuri cu comportare viscoelastică, acestea prezintă moduli mai mari pentru durate mai mici de încărcare, pentru o temperatură și număr de cicluri date.

3.4. Influența mărimii deformației

Reprezentînd valorile modulului funcție de mărimea deformației, pentru o frecvență dată (fig. 4), se constată că acesta variază după o curbă îndreptată cu concavitatea în jos, tinzînd către valori reduse atunci cînd deformația crește.

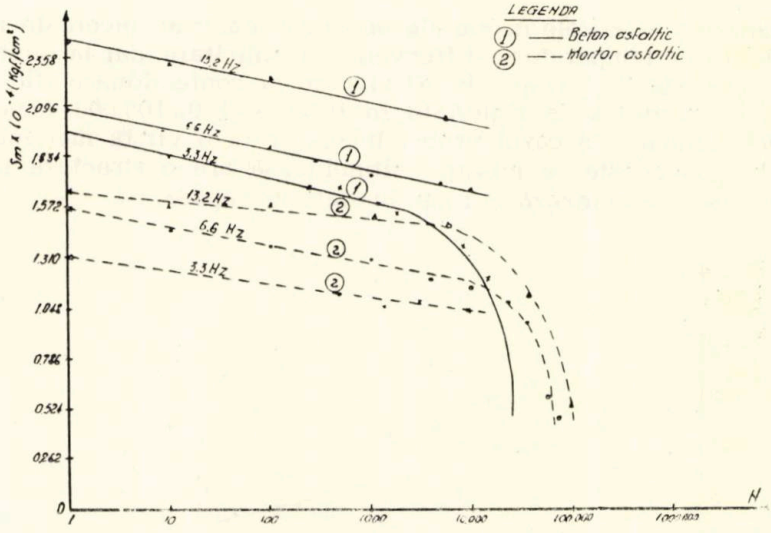


Fig. 3. — Variația modulului de rigiditate sub efectul repetării deformației, la diferite frecvențe și la temperatura de + 10°C.

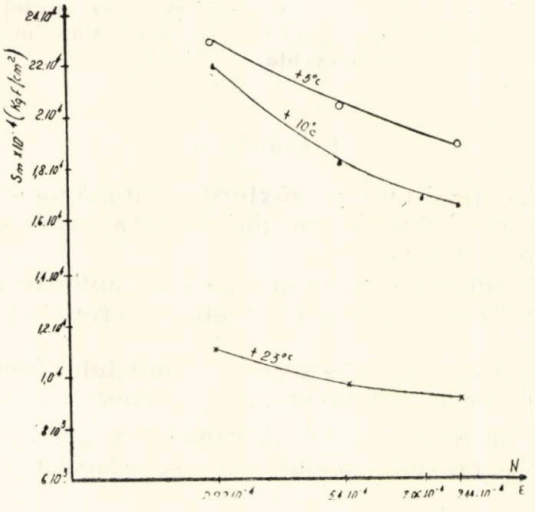


Fig. 4. — Variația modulului de rigiditate cu mărimea deformației la diferite temperaturi și la frecvența 13,2 Hz.

3.5. Influența vîrstei mixturii

Comparînd diferitele probe ale aceluiași material, încercate în aceleași condiții de temperatură și frecvență de solicitare, dar la vîrste diferite și anume la 2 și respectiv 53 zile de la confecționare (fig. 5), se constată că modulul de rigiditate în intervalul 0...100 000 cicluri are valori mai ridicate în cazul probei încercate la o vîrstă mai înaintată. Acest fapt dovedește că mixtura bituminoasă are o structură în evoluție, că ea se consolidează în timp, în stare de repaos.

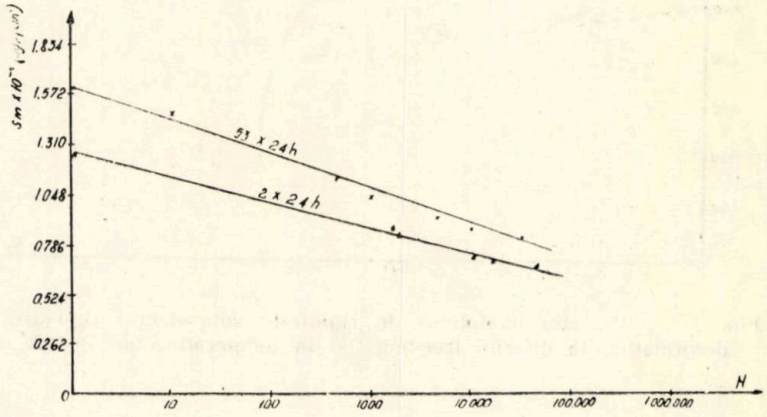


Fig. 5. — Variația modulului de rigiditate sub efectul repetării deformației la un beton bituminos, la temperatura de +23°C și frecvența de 3,3 Hz

4. Concluzii

1. Modulii de rigiditate ai mixturilor bituminoase sînt influențați direct de factori ca : temperatura, durata de aplicare a solicitării, mărimea deformației și vîrsta.

Temperaturi ridicate, mărimi și durate de aplicare a solicitării mari duc la moduli scăzuți, în timp ce odată cu creșterea vîrstei cresc și modulii.

La temperaturi mai ridicate scăderea modulului funcție de deformație este mai lentă decît la temperaturi mai coborîte.

2. În intervalul de valori ale deformațiilor $2{,}92.10^{-4}...7{,}64.10^{-4}$ mixturile bituminoase prezintă moduli care se situează în domeniul neliniarității.

3. Betonul asfaltic, datorită structurii sale, prezintă valori mai mari ale modulului față de mortar ; aceste valori scad însă mai repede cu numărul de cicluri aplicat.

4. Fenomenul de oboseală a mixturilor bituminoase, realizat cu aparatul de flexiune cu bară, este de aceeaşi natură cu cel produs la trecerea unei roţi încărcate pe şosea.

Primită la 26 noiembrie 1970

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de drumuri şi poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Archinard P., Mallard C. J., *Appareillage d'étude des matériaux enrobés dans le domaine de la viscoélasticité et de la fatigue.* Bull. de liaison des labor. routiers, *21* (1966).
2. Lucas M., Bazin M., Saunier J., *Essais de fatigue sur enrobés bitumineux.* Rev. génér. des routes et des aérodromes, *404* (1965).
3. Sayegh G., *Détermination des propriétés viscoélastiques des bétons bitumineux par vibrations longitudinales.* Cahier du Groupe Français d'Étude de Rhéologie, **II,** *1* (1969).

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT DE QUELQUES MIXTURES BITUMINEUSES SOUMISES À DES SOLLICITATIONS RÉPETÉES

(Résumé)

Compte tenu que les propriétés mécaniques des bétons bitumineux sont influencées par un nombre élevé de paramètres, pour éviter l'effet de l'interference de ceux-ci, on a étudié la variation du module de rigidité dynamique de deux bétons avec des dosages imposés, en fonction de la température, la durée du chargement, la valeur de la déformation et l'âge.

En négligeant une série de facteurs d'une moindre importance, on a perfecté une méthodologie de laboratoire concernant la détérmination des valeurs approximatives du module de rigidité, basée sur le principe d'une loi de déformation donnée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 691.5; 661.725

INFLUENŢA ALCOOLILOR SUPERIORI $C_5 \ldots C_8$, SIMPLI ŞI SULFATAŢI, CA ADAOSE LA MORTARE NORMALE

DE

C. BRANIŞTE, ELENA BOTEZ şi ORTENSIA POPESCU

1. Introducere

Aditivii, antrenori de aer, introduşi în masa mortarelor şi betoanelor, acţionează favorabil în sensul că acestea devin mai plastice, mai lucrabile şi nu au tendinţa de segregare; în acelaşi timp se îmbunătăţeşte textura mortarelor devenind mai compacte iar betonul întărit se dovedeşte a fi impermeabil faţă de apă, rezistent la acţiunea îngheţului repetat.

Acţiunea antrenorilor de aer se bazează pe faptul că producînd spumă în cantităţi reduse, volumul porilor umpluţi cu aer din betoane ajunge să reprezinte 3...5% din volumul betonului. Aerul oclus în beton măreşte coeziunea mortarului fin şi în acelaşi timp şi volumul; bulele de aer fiind repartizate în masa betonului, funcţionează ca nişte microrezervoare care îmbunătăţesc lucrabilitatea betonului şi rezistenţa lui faţă de intemperii, deoarece ele amortizează tensiunile interne rezultate din acţiunea îngheţului şi dezgheţului.

În literatura de specialitate [1] se menţionează faptul că aditivii antrenori de aer sînt substanţe de natură organică cu molecula alungită, compusă dintr-un rest hidrocarbonat nepolar şi o grupă funcţională ionizabilă cum ar fi: — COOH, — OH sau — SO_3H.

În lucrarea de faţă se studiază comportarea adaosului de alcooli graşi superiori (C_5...C_8) la mortare şi betoane, nesulfataţi şi sulfataţi, conţinînd grupele ionizabile —OH şi —SO_3H.

Alchil-sulfaţii primari sau alcoolii graşi sulfataţi sînt cunoscuţi în tehnică sub denumirea improprie de „alcooli sulfonaţi". Ei au fost introduşi în tehnică recent (1930) cînd a început fabricarea produsului „Gardinol", care din punct de vedere chimic nu reprezintă altceva decît sarea de sodiu a alcoolilor sulfataţi proveniţi din reducerea acizilor graşi din uleiul de cocos. În prezent alcoolii graşi sulfataţi formează o grupă importantă de agenţi activi de suprafaţă. Datorită structurii lor alcoolii sulfataţi primari posedă proprietăţi coloidale, asemănătoare celor ale săpunurilor, datorită faptului că resturile hidrocarbonate nepolare sau slab polare nedizolvate se unesc sau se asociază prin intermediul unor forţe van der Waals, formînd un miceliu coloidal, a cărui solubilitate este asigurată de grupele polare, dispuse în exterior. În cazul cînd grupa polară este disociabilă coloizii sînt de

asociație, ionigeni, denumiți și electroliți coloidali și invers, cînd grupa polară nu este disociabilă, coloizii sînt neionigeni, cunoscuți și sub denumirea de coloizi micelari neionici. Alcoolii grași sulfatați fac parte din grupa coloizilor de asociație ionigeni și acțiunea lor ca agenți activi de suprafață în soluții de concentrații foarte reduse se explică prin tendința moleculelor de a se concentra orientat la interfețele lichid—solid, migrînd din lichid la interfață. Viteza de migrare a moleculelor este cu atît mai mare cu cît lanțul hidrocarbonat al moleculei este mai stabil față de solvent (apă), mărind hidrofilia agentului activ de suprafață, care are drept efect scăderea tensiunii superficiale a apei.

În industria construcțiilor și a materialelor de construcție agenții activi de suprafață sînt folosiți la betoane pentru lucrările de drumuri, la fabricarea elementelor de zidărie și a panourilor izolante, la fabricarea plăcilor din fibre aglomerate și ca emulgatori pentru emulsionarea bitumurilor.

2. Reacții chimice în procesul de obținere a alcoolilor sulfatați

Alcoolii grași sulfați sînt esteri ai alcoolilor grași cu acidul sulfuric și se pot obține conform schemei:

$$(1) \qquad R-OH+HOSO_3H \leftrightarrows R-O-SO_3H+H_2O.$$

Pentru eliminarea apei se folosește la sulfatare un exces de acid sulfuric concentrat. Excesul de acid sulfuric favorizează reacții secundare, în sensul că deshidratarea alcoolilor se face pînă la olefine, care măresc conținutul de nesulfonat, înrăutățind calitățile alcoolului sulfatat. De asemenea un exces de acid conduce la un conținut prea ridicat de sulfat de sodiu în produsul neutralizat. De aceea în procesul de sulfatare a alcoolilor se recomandă înlocuirea acidului sulfuric cu acid clorhidric și reacția de sulfatare are loc conform schemei:

$$2) \qquad R-OH+ClSO_3H=R-O-SO_3H+HCl.$$

Chiar și această metodă prezintă inconveniente în ceea ce privește captarea acidului clorhidric care se degajă.

Se mai poate folosi ca agent de sulfatare acidul sulfamic (NH_2SO_3H). Prin folosirea acidului sulfamic se obține direct sarea de amoniu a alcoolului gras, conform reacției:

$$(3) \qquad R-OH+NH_2SO_3H \rightarrow R-O-SO_3NH_4.$$

Reacția (3) are loc în prezența de catalizatori, ca de exemplu ureea sau acetamida, solicitînd o aparatură specială de obținere a alcoolilor sulfatați.

Cel mai recent agent de sulfatare este anhidrida sulfurică, sub forma stabilizată, cunoscută sub denumirea de „sulfon". Acest produs prezintă inconvenientul de a avea o acțiune excesiv de violentă și conduce la rezinificări sau chiar la carbonizări. De aceea anhidrida sulfurică se folosește în procesul de sulfatare diluată cu aer sau cu un gaz inert.

Reacţia de sulfatare are loc conform schemei :

$$R-OH+SO_3 \rightarrow R-O-SO_3H. \quad (4)$$

Avantajul folosirii la sulfatare a anhidridei sulfonice îl constituie faptul că se obţine un produs cu un grad mare de sulfatare şi cu un conţinut redus de săruri după neutralizare. Prezintă totodată şi dezavantaje în manipularea şi obţinerea anhidridei sulfurice. De aceea la sulfatarea alcoolilor am folosit prima metodă, cu acid sulfuric concentrat, care este un reactiv uşor de obţinut iar metoda de lucru este simplă.

3. Metoda de lucru şi rezultatele obţinute

S-au luat în lucru alcoolii graşi $C_5...C_6$, C_7 şi C_8 şi s-au sulfatat cu acid sulfuric concentrat de 98%. Sulfatarea s-a efectuat cu proporţii de 25%, 35% şi 45% acid sulfuric, în timp de 24 ore, la temperatura de 20°C. Produsele sulfatate au fost neutralizate cu NaOH conc. 10%.

Înainte de folosirea alcoolilor sulfataţi ca adaose la cimentul Portland s-au făcut încercări pentru determinarea apei de amestecare. De asemenea s-a determinat adaosul optim de alcooli $C_5...C_6$, C_7 şi C_8 nesulfataţi. Rezultatele obţinute sînt redate în tabelul 1.

Tabelul 1

Apa de amestecare şi cantitatea optimă de adaos de alcooli nesulfataţi

Denumirea probei	Ciment *BSS* g	Apa de amestecare %	Timpul de agitare min	Adaos		Pătrunderea sondei mm
				Felul adaosului	%	
Martor	300	25,33	3	—		7
I	300	24,66	3	$C_5 ... C_6$	0,05	5
II	300	24,66	3	C_7	0,1	5,5
III	300	24	3	C_8	0,1	6

Apa de amestecare, pentru pasta de ciment *BSS* de consistenţă normală, este de 25,33% (conform probei martor din tabelul 1). Prin adăugarea de alcooli $C_5...C_6$, în proporţie de 0,05%, pentru o pastă de ciment de aceeaşi consistenţă cu proba martor, se poate reduce

proporția de apă la 24,66% ; în mod similar, prin adaos de alcool C_7, în proporție de 0,1%, apa de amestecare se reduce de asemenea la 24,66% iar prin adaos de alcool C_8, în proporție de 0,1%, apa de amestecare se reduce la 24% în raport cu cimentul. Datele din tabelul 1 arată că alcoolii superiori, în cantități reduse (0,05...0,1%), incluși în pasta de ciment, au proprietatea de a reduce proporția de apă de amestecare ; această acțiune se accentuează pe măsură ce crește lungimea lanțului carbonic. De aceea în continuare s-a trecut la confecționarea de probe de mortar normal cu adaos de alcooli superiori, în proporțiile menționate în tabelul 1, pentru a cerceta influența exercitată de alcooli asupra calităților mortarului pe bază de ciment silicios. Rezultatele obținute sînt redate în tabelul 2.

Tabelul 2

Mortare cu adaos de alcooli simpli nesulfatați $C_5 \dots C_6$, C_7 *și* C_8 (concentrație 5%)

Proba	Dozaj			Adaos		Lucrabilitatea %	Priza		σ_c kgf/cm²	σ_{tr} kgf/cm²	Absorbția $\frac{m_1 - m}{m} \cdot 100$ %	Gelivitatea	
	Ciment	Nisip normal	Apă %	Felul adaosului	%		Începuț	Sfîrșit	28 zile	28 zile		Pierderea în greutate %	Scăderea rezistenței σ_c %
Martor	500	1 500	25,33	—	—	7	$1^h45'$	$3^h48'$	542	36,65	6,07	2,55	7,28
I	500	1 500	24,66	$C_5 \dots C_6$	0,05	5	2^h	$5^h50'$	353	32	6,00	2,60	5,52
II	500	1 500	24,66	C_7	0,1	5,5	$2^h02'$	$5^h45'$	354	32	5,84	2,89	5,16
III	500	1 500	24	C_8	0,1	6	$2^h30'$	$5^h10'$	319	32,35	5,75	2,79	5,00

Alcoolii superiori au o solubilitate redusă în apă la temperatura mediului ambiant. Pentru a mări solubilitatea alcoolilor grași s-a adăugat alcool etilic și din acest amestec s-au realizat soluții de 5% adăugate în anumite proporții la apa de amestecare.

Probele înregistrate în tabelul 2 scot în evidență faptul că alcoolii superiori exercită o influență favorabilă asupra mortarului normal cu ciment silicios (de exemplu lucrabilitatea este ceva mai bună decît cea a probei martor cu un raport *A/C* micșorat, priza este întrucîtva întîrziată iar rezistențele mecanice scad față de proba martor). Rezultă de aici că alcoolii superiori acționează ca antrenori de aer și totodată se ameliorează permeabilitatea și rezistența mortarului la gelivitate.

În continuare, pentru a cerceta influenţa alcoolilor superiori sulfataţi, ca adaose la mortare şi betoane, s-a trecut la sulfatarea lor cu acid sulfuric concentrat. Sulfatarea s-a efectuat cu acid sulfuric în proporţie de 25%, 35% şi 45%.

Din produşii sulfataţi s-au făcut soluţii de 5%, care au fost adăugate în anumite proporţii la apa de amestecare a probei de ciment. Mai întîi s-a determinat procentul optim de adaos pentru fiecare alcool sulfatat precum şi lucrabilitatea mortarului.

Rezultatele obţinute sînt redate în tabelul 3.

Tabelul 3

Mortare cu adaos de alcooli simpli sulfataţi $C_5...C_6$, C_7 *şi* C_8 (concentraţie 5%)

Denumirea probei	Ciment *BSS*	Apa de amestecare %	Timpul de agitare min	Adaos		Pătrunderea sondei mm
				Felul adaosului	%	
Martor	300	25	3			7
I	300	23	3	$C_5...C_6$ sulfatat 25%	0,3	4,5
II	300	23	3	$C_5...C_6$ sulfatat 35%	0,2	6
III	300	23	3	$C_5...C_6$ sulfatat 45%	0,01	5,5
IV	300	23,67	3	C_7 sulfatat 25%	0,2	5
V	300	23,67	3	C_7 sulfatat 35%	0,3	6,5
VI	300	23,67	3	C_7 sulfatat 45%	0,05	6,5
VII	300	23,33	3	C_8 sulfatat 25%	0,1	5

Din datele tabelului 3 rezultă că faţă de proba martor, proporţia de apă de amestecare se reduce de la 25% la 23%, iar cantitatea optimă de alcool sulfatat variază în funcţie de gradul de sulfatare şi de lungimea lanţului carbonic. De exemplu, în cazul alcoolilor $C_5...C_6$ sulfataţi cu 25% acid sulfuric proporţia optimă de adaos este de 0,3%; pentru acelaşi alcool sulfatat cu 35% acid sulfuric proporţia optimă este de 0,2% şi la sulfatarea cu 45% acid sulfuric proporţia optimă

de alcool sulfatat ($C_5...C_6$) scade la 0,01%. Cu alcoolul C_7 sulfatat s-a lucrat în aceleaşi condiţii şi s-a ajuns la concluzia că proporţia optimă de adaos este de 0,2% cînd se foloseşte alcoolul sulfatat cu 25% acid sulfuric, de 0,3% cînd se utilizează alcoolul sulfatat cu 35% acid sulfuric şi de 0,05% dacă se utilizează alcool sulfatat cu 45% acid sulfuric. În continuare s-au supus încercărilor mortarele cu adaos de alcool sulfatat C_8 şi s-a ajuns la concluzia că numai alcoolul sulfatat cu 25% a dat rezultate satisfăcătoare, proporţia optimă de adaos fiind de 0,1%. Celelalte probe, folosind alcool C_8 sulfatat cu 35% şi 45% acid sulfuric, sînt necorespunzătoare deoarece la mici adaose de alcool sulfatat pasta de ciment devine vîrtoasă.

Din acelaşi tabel se constată că pe măsură ce creşte lungimea lanţului carbonic cantitatea de adaos de alcool sulfatat se micşorează de la 0,3% la 0,1% cînd alcoolii sînt sulfataţi cu 25% acid sulfuric; de asemenea în cazul cînd sînt sulfataţi cu 35% acid sulfuric proporţia de adaos variază între 0,2...0,3%.

După stabilirea proporţiilor optime de alcooli sulfataţi, ca adaos la mortare, s-a trecut la determinarea unor caracteristici ale mortarelor. În tabelul 4 se dau unele caracteristici ale mortarului cu adaos de alcooli graşi sulfataţi $C_5...C_6$ sulfataţi cu 25%, 35% şi 45% acid sulfuric concentrat.

Pentru confecţionarea probelor de mortar s-a folosit dozajul normal 1 : 3 cu un raport $A/C = 0{,}23$, iar pentru proba martor cu un raport $A/C = 0{,}25$. Adaosul optim de alcool sulfatat $C_5...C_6$ cu 25% acid sulfuric este de 0,3%; pentru alcoolul sulfatat cu 35% proporţia optimă este de 0,2%, iar pentru cel sulfatat cu 45% acid sulfuric adaosul optim rezultă a fi de 0,01%. Deci cu cît creşte gradul de sulfatare proporţia de adaos se micşorează, pentru acelaşi raport A/C şi pentru aceeaşi lucrabilitate.

În ceea ce priveşte priza, alcoolii sulfataţi au calităţi de accelератori. Prin urmare mortarele şi betoanele cu adaos de alcooli sulfataţi se pot folosi la lucrările de drumuri care trebuie să fie date cît mai repede în folosinţă, precum şi la lucrările de faţade.

Rezistenţele mecanice (rezistenţa la compresiune şi tracţiune) la mortarele cu adaos de alcooli sulfataţi ($C_5...C_6$) scad imperceptibil, ceea ce confirmă faptul că alcoolii sulfataţi sînt antrenori de aer. Permeabilitatea este îmbunătăţită precum şi gelivitatea (rezistenţa chimică la 25 de cicluri de îngheţ—dezgheţ). Alcoolul $C_5...C_6$ sulfatat cu 35% acid sulfuric, în adaos la mortare de 0,2%, dă rezultate mai bune ($\sigma_c = 488$ kgf/cm^2, $\sigma_{tr} = 36{,}50$ kgf/cm^2, $P = 4{,}86\%$, $G = 1{,}66\%$ şi scăderea rezistenţei σ_c — 1,18% după 25 de cicluri).

În tabelul 5 sînt redate unele caracteristici ale mortarului cu adaos de alcool C_7 sulfatat.

La un adaos de 0,2% alcool C_7, sulfatat cu 25% acid sulfuric, raportul A/C scade în raport cu cel al probei martor (de la 0,25 la 0,237). La valori reduse ale raporturilor A/C lucrabilitatea se men-

Tabelul 4

Unele caracteristici ale mortarelor cu adaos de alcooli graşi sulfataţi grupa $C_5...C_6$ (25% ; 35% ; 45%)

Proba	Dozaj			Adaos		Lucrabilitatea	Priza		σ_c kgf/cm²				σ_{tr} kgf/cm²				Absorbţia	Gelivitatea	
	ciment *BSS*	nisip normal	*A/C*	Felul adaosului	%	mm	început	sfîrşit	1 zi	3 zile	7 zile	28 zile	1 zi	3 zile	7 zile	28 zile	%	Pierderea în greutate %	Scăderea rezistenţei σ_c %
Martor	500	1 500	0,25	—	—	7	$1^h45'$	$3^h48'$	329	383	421	542	24,47	25,05	25,80	36,65	6,07	2,55	5,28
I	500	1 500	0,23	$C_5...C_6$ 25%	0,3	4,5	12′	$6^h25'$	263	312	320	423	19,65	24,72	28,12	35,55	5,12	1,95	2,10
II	500	1 500	0,23	$C_5...C_6$ 35%	0,2	6	15′	$6^h05'$	213	288	342	488	25,35	25,50	29,70	36,50	4,86	1,66	1,18
III	500	1 500	0,23	$C_5...C_6$ 45%	0,01	5,5	26′	6^h	188	248	318	490	25,15	26,05	27,40	34,30	4,92	1,10	0,92

Tabelul 5

Unele caracteristici ale mortarelor cu adaos de alcooli graşi sulfataţi grupa C_7 (25% ; 35% ; 45%)

Proba	Dozaj			Adaos		Lucrabilitatea	Priza		σ_c kgf/cm²				σ_{tr} kgf/cm²				Absorbţia	Gelivitate	
	ciment *BSS*	nisip normal	*A/C*	Felul adaosului	%	mm	început	sfîrşit	1 zi	3 zile	7 zile	28 zile	1 zi	3 zile	7 zile	28 zile	%	Pierderea în greutate %	Scăderea rezistenţei σ_c %
Martor	500	1 500	0,25	—	—	7	$1^h45'$	$3^h48'$	329	383	421	542	24,47	25,05	25,80	36,60	6,07	2,55	5,28
IV	500	1 500	0,237	C_7 25%	0,2	5	18′	$5^h32'$	327	333	343	495	23,40	23,50	25	28,67	4,78	0,063	0,858
V	500	1 500	0,237	C_7 35%	0,3	6	18′	$5^h50'$	335	363	386	442	23,30	25,50	27	29,50	4,04	0,27	2,16
VI	500	1 500	0,237	C_7 45%	0,05	6,5	16′	$5^h40'$	352	388	400	407,5	20,30	26,40	28,60	30,15	4,74	1,72	4,77

Tabelul 6

Unele caracteristici ale mortarelor cu adaos de alcooli graşi sulfataţi grupa C_8 (25%)

Proba	Dozaj			Adaos		Lucrabilitatea	Priza		σ_c kgf/cm²				σ_{tr} kgf/cm²				Absorbţia	Gelivitate	
	ciment *BSS*	nisip normal	*A/C*	Felul adaosului	%	mm	început	sfîrşit	1 zi	3 zile	7 zile	28 zile	1 zi	3 zile	7 zile	28 zile	%	Pierderea în greutate %	Scăderea rezistenţei σ_c %
Martor	500	1 500	0,25	—	—	7	$1^h45'$	$3^h48'$	329	383	421	542	24,47	25,05	25,80	36,65	6,07	2,55	5,28
VII	500	1 500	0,24	C_8 25%	0,1	5	18′	$5^h25'$	295	315	412	505	24,50	25,30	26,20	34,07	5,18	1,65	3,82

ține aceeași, ca și la proba martor, priza este accelerată, rezistențele mecanice ceva mai scăzute, în schimb permeabilitatea și rezistența la gelivitate sînt superioare celor ale probei martor.

Pentru alcoolul C_7 sulfatat cu 35% acid sulfuric proporția optimă de adaos la mortarul pe bază de ciment silicios este de 0,3% iar caracteristicile mortarului se mențin apropiate de primul caz (alcool C_7 sulfatat cu 25% acid sulfuric). Pe măsură ce crește cantitatea de acid sulfuric (45%) la sulfatarea alcoolului C_7, proporția de adaos la mortar se reduce (0,05%) și caracteristicile mortarului sînt întrucîtva inferioare celor ale probelor *IV* și *V*.

Din datele tabelului 5 rezultă că se pot obține mortare impermeabile și rezistente la gelivitate cu un adaos de 0,3% alcool C_7 sulfatat cu 35% acid sulfuric.

Pentru mortarele cu adaos de alcool C_8 sulfatat cu 25% acid sulfuric, rezultatele probelor experimentale sînt date în tabelul 6.

Alcoolul sulfatat C_8 poate fi folosit ca adaos la mortare, numai sulfatat cu 25% acid sulfuric și în proporție de 0,1%, la raportul $A/C = 0{,}24$. La proporții mai ridicate decît 0,1% și produse sulfatate cu mai mult decît 25% acid sulfuric, acțiunea alcoolului sulfatat C_8 asupra mortarului este imediată și ca atare mortarul devine vîrtos. Fenomenul se explică prin aceea că restul hidrocarbonat nepolar sau slab polar, care este hidrofob, și grupa puternic polară, care este hidrofilă, la o anumită concentrație și temperatură formează cu apa soluții coloidale care grăbesc coagularea miceliului de dispersie, în cazul nostru particolele de ciment hidratate, și prin urmare mortarul devine vîrtos într-un timp scurt. Această tendință de îngroșare a mortarului se manifestă pe măsură ce crește lanțul carbonic al moleculei de alcool.

În alte lucrări se va studia influența adaosului de alcooli superiori sulfatați la mortare ca agenți activi de suprafață, combinați cu substanțele regulatoare de priză.

4. Concluzii

Din studiul efectuat cu alcoolii superiori C_5...C_6, C_7 și C_8, nesulfatați și sulfatați, rezultă următoarele concluzii :

1° Alcoolii superiori nesulfatați și sulfatați pot fi folosiți ca aditivi — antrenori de aer, la mortare și betoane, deoarece reduc apa de amestecare ; mortarele și betoanele devin mai lucrabile, fără tendința de segregare, făcîndu-le mai compacte, impermeabile față de apă și rezistente la îngheț și dezgheț.

2° Alcoolii superiori nesulfatați, avînd o solubilitate redusă față de apă, pot fi folosiți numai în amestec cu alcoolul etilic ca adaose la mortare.

3° Alcoolii superiori sulfataţi au un grad de solubilitate mai mare decît cei nesulfataţi şi devin solubili în soluţii de săruri de sodiu şi potasiu.

4° Adaosul optim de alcooli nesulfataţi la mortare şi betoane variază în funcţie de lungimea lanţului carbonic, între 0,05%...0,1%, iar pentru alcoolii sulfataţi, în funcţie de gradul de sulfatare şi lanţul carbonic, proporţia de adaos variază între 0,3%...0,1%.

5° Apa de amestecare, pentru alcoolii nesulfataţi, scade de la 25,33% pînă la 24%, iar pentru alcoolii sulfataţi de la 25,33% pînă la 23%; rezultă că alcoolii sulfataţi sînt mai indicaţi pentru a fi utilizaţi ca adaose la mortare şi betoane.

6° Cînd se foloseşte ca adaos la mortare şi betoane alcoolul sulfatat C_5...C_6, rezultate bune la permeabilitate şi gelivitate se obţin cu alcoolul sulfatat cu 35% acid sulfuric, de asemenea şi pentru alcoolul C_7, însă pentru alcoolul C_8 sulfatarea este avantajoasă la o proporţie de 25% acid sulfuric.

Lucrarea va continua cu studiul alcoolilor cu adaose la mortare şi betoane, ce au lanţul carbonic mai mare decît C_8.

Primită la 3 noiembrie 1969

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fundaţii şi materiale

BIBLIOGRAFIE

1. Anastasiu St.. *Detergenţi şi alţi agenţi activi de suprafaţă.* Ed. Tehn., Buc., 1959.
2. Tilenschi S., *Chimie coloidală.* Ed. Tehn., Buc., 1964.
3. Duriez M., *Nouveau traité de matériaux de construction.* T. **1**, Ed. Dunod, Paris, 1961, 246—1204.
4. Foster B. E., *Admixtures for Concrete.* J. of the Amer. Concrete Inst., *11*, 1481—1524 (1963).
5. * * * *Alcooli graşi sulfataţi, pastă.* STAS 4117—57.
6. * * * *Aditivi pentru betoane.* STAS 5586—57/H_{30}.

INFLUENCE DES ALCOOLS SUPÉRIEURS C_5...C_8 SIMPLES ET SULFONÉS COMME ADJUVANTS AUX MORTIERS NORMAUX

(Résumé)

On présente quelques résultats des recherches de laboratoire concernant les propriétés des mortiers et des bétons en utilisant comme adjuvants les alcools supérieurs C_5...C_8 simples et sulfonés.

On a determiné: la meilleure proportion d'adjuvant, la quantité d'eau nécessaire au mélange pour la pâte de ciment, le temps de prise, l'absorption dans l'eau et la résistance au gel—dégel répétés, la résistance à la compression et à la traction.

L'étude effectuée apporte une contribution concernant l'utilisation de ces bétons, compte tenu de leurs propriétés particulières, à l'exécution des travaux de routes (revêtements routiers).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 691.324

CERCETĂRI ASUPRA PROPRIETĂŢILOR FIZICO-MECANICE ALE CIMENTULUI ALUMINOS ROMÂNESC *)

DE

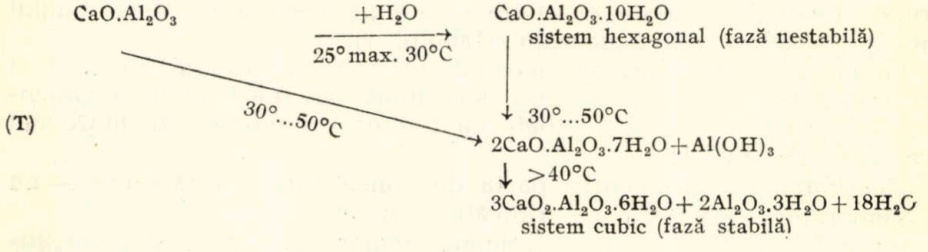
FLORICA VASILESCU, ELISABETA PĂUNEL, ECATERINA SOFRONIE
RADU GRIGORESCU şi C. CARAMAN

1. Introducere

În paralel cu studiul compoziţiei chimico-mineralogice a cimentului aluminos românesc [10] livrat de fabrica Comarnic în septembrie 1966, s-au examinat şi proprietăţile fizico-mecanice ale acestui ciment pus în condiţii diferite de temperatură iar rezultatele sînt prezentate în lucrarea de faţă în comparaţie cu o serie de cimenturi silicioase româneşti.

2. Date generale

După cum se ştie [4], [5], [8], cimenturile aluminoase, respectiv aluminatul monocalcic, în prezenţa apei, formează compuşi de hidratare diferiţi în funcţie de temperatura ambiantă din timpul prizei şi a întăririi :



*) Comunicată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, 28—30 septembrie 1967.

$Al_2O_3 . 3H_2O$, în stare gelică (gipsit) contribuie la compactizare și în modul acesta la ameliorarea rezistențelor mecanice scăzute prin trecerea de la CAH și C_2AH la C_3AH. Un factor *A/C* cît mai redus contribuie de asemenea la compensarea pierderilor de rezistență suferite prin aceste transformări structurale, căci nu se mai pun în libertate cele 18 molecule de apă.

Compușii odată formați pot suferi transformări chimice și structurale în timp, care sînt accelerate prin creșterea temperaturii ambiante și care influențează negativ asupra rezistențelor mecanice.

Din aceste motive la prepararea mortarelor și a betoanelor cu ciment aluminos temperatura nu trebuie să depășească 25°C iar întărirea nu poate fi accelerată prin tratamente termice similare celor folosite în cazul cimenturilor silicioase.

Prin măsurarea căldurii degajate în timpul hidratării, în genere la cimenturile aluminoase și separat la aluminatul monocalcic [10], s-a ajuns la concluzia că durata reacțiilor de hidratare, căldura degajată și natura componenților rezultați depind de: gradul de finețe a cimentului, raportul aluminat : apă și temperatură. Fenomenul de hidratare, urmărit la aluminatul monocalcic, este mult mai rapid la 30°C (durata totală de degajare a căldurii este 10 ore) decît la 10°C (22 ore), iar căldura degajată este mai mică la 30°C (cca. 120 cal/g) decît la 10°C (cca. 165 cal/g).

3. Proprietățile fizice ale cimentului aluminos românesc în comparație cu cele ale unor cimenturi silicioase

Temperatura fiind un factor determinant pentru compoziția și structura pietrei de ciment aluminos, s-au urmărit proprietățile fizice ale cimentului aluminos românesc *A* 400 la temperaturi diferite, în limite largi (3°...80°C) și comparativ cu cimenturile silicioase românești (tabelele 1 și 2; fig. 1).

În comparație cu cimenturile silicioase *(P, PZ, RIM* și *M)*, livrate de fabrica de la Bicaz, cimentul aluminos *A* 400 proaspăt a necesitat cea mai mare cantitate de apă pentru realizarea pastei de consistență normală (26,9%); această cantitate crește pe măsură ce trece timpul scurs de la fabricarea cimentului (tabelul 1).

La acest ciment duratele începutului prizei (3 ore și 50 min) și sfîrșitului prizei (5 ore și 25 min) sînt mult mai mari decît la cimenturile silicioase urmărite, cu toate că finețea granulară este mult mai accentuată (tabelul 1).

Cantitatea de apă pentru pasta de consistență normală crește cu cît temperatura apei este mai ridicată și invers.

Puternic resimțită se face influența temperaturii apei și a mediului asupra intervalului de timp cît are loc priza; acest aspect trebuie pus la cimentul *A* 400 nu atît pe seama accelerării respectiv încetinirii

Tabelul 1

Proprietățile fizice ale cimentului aluminos românesc A 400 în comparație cu cele ale cimenturilor silicioase românești livrate de fabrica de la Bicaz în intervalul 1964—1967

Tipul de ciment	Data livrării și a încercării cimentului	Apa pentru pasta de consistență normală	Începutul prizei ore	Sfîrșitul prizei ore	Durata prizei ore	Finețea granulară *R* % site 009
P	5 XII 1964	26,4	2,15	3,30	1,15	12,5
PZ 400	29 III 1964	26,2	2,35	3,45	1,10	10,0
RIM	16 I 1964	26,0	1,45	3,05	1,20	7,5
M 400	15 XI 1964	25,9	2,40	4,55	2,15	10,0
P	8 III 1965	26,0	2,20	3,35	1,15	10,0
PZ 400	29 IV 1965	26,6	2,40	4,20	1,40	10,0
RIM	22 III 1965	25,8	1,55	3,10	1,15	10,0
RIM 200	2 XII 1965	26,1	2,15	4,00	1,45	8,0
M 400	14 XII 1965	25,5	2,30	4,15	1,45	8,5
P	3 III 1966	26,5	2,15	3,45	1,30	11,0
PZ 400	2 II 1966	26,3	2,30	4,15	1,45	12,0
RIM	5 I 1966	25,7	1,45	3,00	1,15	10,0
RIM 200	16 II 1966	26,0	2,00	3,30	1,30	10,0
M 400	2 II 1966	25,5	2,45	4,30	1,45	15,0
P	7 VI 1967	26,6	2,05	3,50	1,45	9,5
PZ 400	12 VI 1967	26,4	2,15	4,00	1,45	10,0
RIM	9 VI 1967	25,8	1,35	3,15	1,40	8,5
RIM 200	14 VI 1967	26,0	2,00	3,25	1,25	9,5
M 400	2 VI 1967	25,3	2,30	4,15	1,45	11,0
	3 X 1966	26,6	2,30	5,20	2,50	22,6
A 400	20 X 1966	26,8	3,15	5,25	2,10	2,6
	5 XI 1966	26,9	3,50	5,30	1,40	3,4
	18 III 1967	27,1	5,00	7,00	2,00	5,2
	14 VII 1967	28,0	7,40	11,50	4,10	6,0

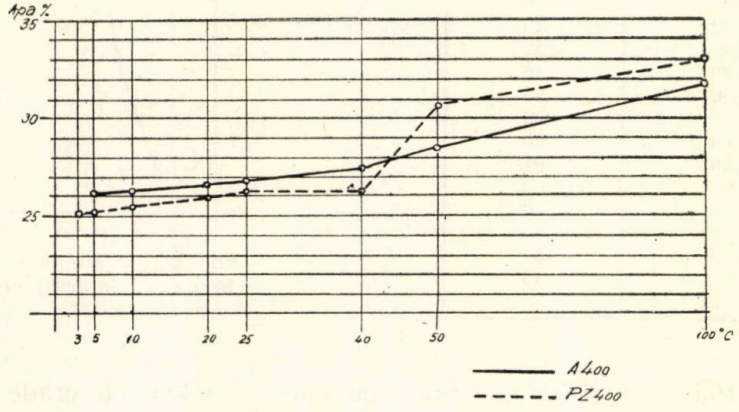


Fig. 1. — Variația cantității de apă pentru pasta de consistență normală în funcție de temperatură, la cimentul *A*400.

reacţiilor (funcţie de temperatură), cît mai degrabă pe formarea acelor compuşi hidrataţi, caracteristici fiecărei temperaturi (v. (T) şi tabelul 2).

Tabelul 2

Variaţia cantităţilor de apă pentru pasta de consistenţă normală şi a timpului de priză, în funcţie de temperatură, la cimentul A 400 în comparaţie cu cimentul PZ 400

Tipul de ciment	Examenul efectuat	Temperatura [°C]							
		3	5	10	20	25	40	50	80
A 400	Apa pt. p.c.n., [%]	26,0	26,1	26,3	26,6	26,8	27,3	28,3	31,8
PZ 400		25,2	25,3	25,5	26,0	26,3	26,7	30,8	33,0
A 400	Început priză, [ore]	3,35	5,25	5,00	2,30	3,30	3,50	0,53	0,16
PZ 400		2,50	2,35	2,30	2,16	—	1,16	—	1,20
A 400	Sfîrşit priză, [ore]	4,41	6,23	7,15	5,20	4,30	4,06	1,06	0,25
PZ 400		8,15	7,23	6,58	4,55	—	2,15	—	1,53
A 400	Durata prizei, [ore]	1,06	1,00	2,15	2,50	1,00	0,16	0,13	0,09
PZ 400		5,25	4,48	4,28	2,39	—	0,59	—	0,33

Tabelul 3

Variaţia temperaturii în timpul întăririi cimentului A 400

Nr. ore de la prepararea pastei	Temperatura °C
0,00	19
10,30	25
11,00	32
11,30	40
12,00	56
12,30	59
13,00	60
13,30	61
14,00	63
14,30	60
15,00	56
15,30	51
16,00	46

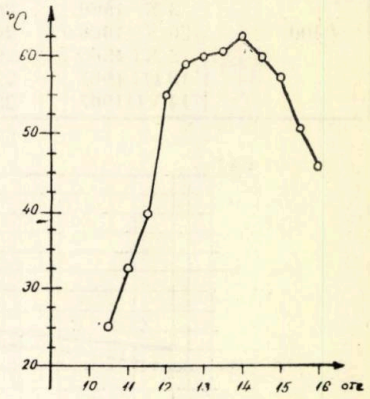


Fig. 2. — Variaţia temperaturii în timpul întăririi cimentului *A* 400.

Determinările fizice efectuate cu ciment *A* 400, cu grade diferite de prospeţime, dau variaţii atît în privinţa apei de amestecare cît şi a timpului de priză (tabelul 1).

Căldura de hidratare, determinată prin metoda standardizată, este de 117 cal/g la 3 zile şi de 133 cal/g la 7 zile [1]).

O verificare a cantităţii de căldură degajată în timpul prizei şi a întăririi a fost efectuată în laborator (metodă informativă) în modul următor: din pasta de consistenţă normală cu ciment *A* 400 s-au confecţionat cuburi cu latura de 20 cm în interiorul cărora, chiar de la turnare, s-a introdus o eprubetă pe o adîncime de cca. 15 cm, pe fundul căreia s-a turnat mercur. Termometrul, pentru controlul temperaturii dezvoltate în timpul hidratării, trebuie să aibă plasat rezervorul în mercur. S-au făcut citirile de temperatură din jumătate în jumătate de oră pe o durată de 28 ore de la prepararea pastei de ciment (tabelul 3, fig. 2). Temperatura maximă a fost de 63°C la 16 ore de la prepararea pastei. Au apărut la suprafaţa cubului, pe toate feţele, numeroase fisuri şi a avut loc şi o contracţie vizibilă prin trecerea de la pasta de ciment la piatra de ciment.

4. Rezistenţele mecanice ale cimentului aluminos românesc în comparaţie cu cele ale unor cimenturi silicioase

Din datele centralizate în tabelul 4 şi reprezentate grafic în fig. 3 şi 4 rezultă că cimentul *A* 400 prezintă, în comparaţie cu cimenturile silicioase, rezistenţe mecanice mult mai mari, atît la compresiune cît şi la tracţiune, la vîrstele de 1, 3, 7, 28 zile; astfel R_c la 28 zile = = 512 kgf/cm^2 iar R_t = 38,7 kgf/cm^2. Nu s-a realizat însă marca 400 la 3 zile, după cum prevede norma internă a fabricii producătoare. Încercările la intervale mai lungi (1 an, 2 ani etc.) vor furniza indicaţii preţioase asupra transformărilor structurale care au loc în timp, căci aşa cum se ştie [3], la cimenturile aluminoase străine diminuarea rezistenţelor mecanice în timp (chiar şi după 2 ani) ajunge uneori la 15% (în funcţie de compoziţia cimentului, timp şi temperatură), scăderile fiind mai accentuate în cazul rezistenţei la întindere (la betoane cu ciment *A* 400 o parte din aceste date au fost redate în lucrarea [11]).

Variaţia rezistenţelor mecanice în funcţie de gradul de prospeţime al cimentului *A* 400 poate fi urmărită în tabelul 4 şi fig. 5 şi 6.

Se constată o scădere a rezistenţelor mecanice în măsura în care epruvetele s-au confecţionat cu ciment mai vechi.

---

[1]) Determinarea s-a efectuat la I.C.P.M.C., Bucureşti.

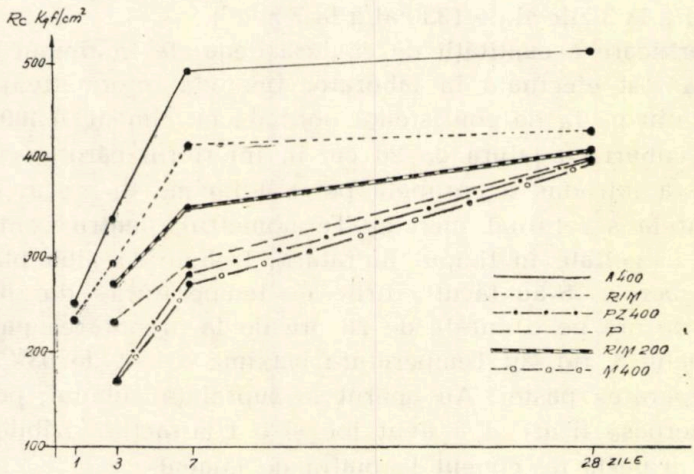


Fig. 3. — Rezistența la compresiune a cimentului *A* 400 în comparație cu cimenturile silicioase.

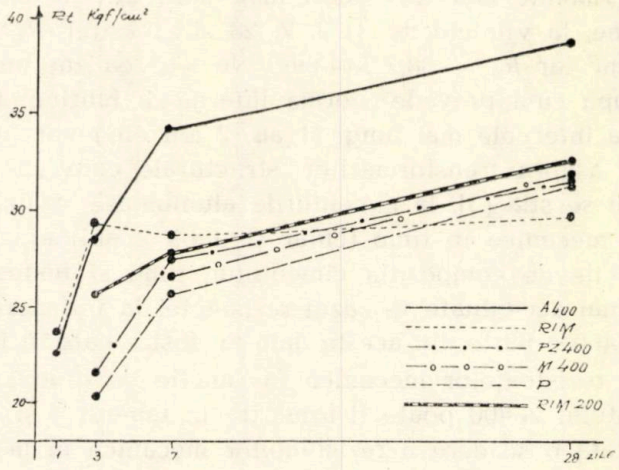


Fig. 4. — Rezistența la întindere a cimentului *A* 400 în comparație cu cimenturile silicioase.

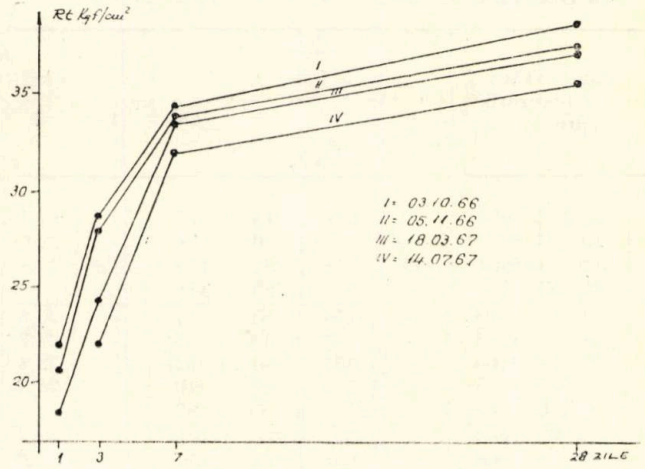


Fig. 5. — Variaţia rezistenţei la compresiune a cimentului *A* 400 în funcţie de gradul de prospeţime al cimentului.

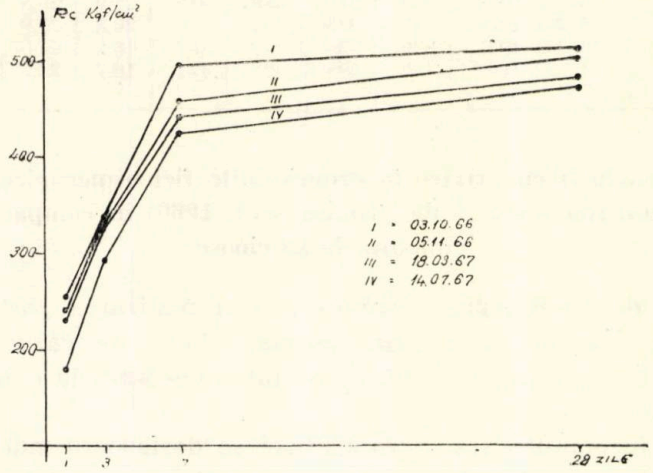


Fig. 6. — Variaţia rezistenţei la întindere a cimentului *A* 400 în funcţie de gradul de prospeţime al cimentului.

Tabelul 4

Rezistenţele la compresiune şi la întindere ale cimentului aluminos românesc A 400 în comparaţie cu cimenturile silicioase livrate de fabrica de la Bicaz

Tipul de element	Data livrării şi a realizării epruvetelor	R_c kgf/cm² la				R_t kgf/cm² la			
		1	3	7	28	1	3	7	28
		zile				zile			
P	5 XII 1964	—	188	215	315	—	17,8	23,2	27,7
PZ 400	29 III 1964	—	—	310	408	—	22,0	26,8	33,5
RIM	16 I 1964	149	330	382	470	18,6	29,8	31,8	38,1
M 400	15 XI 1964	—	—	250	351	—	—	21,4	27,6
P	8 III 1965	—	176	261	407	—	20,6	26,6	31,1
PZ 400	29 IV 1965	—	—	318	406	—	22,7	27,0	33,8
RIM	22 III 1965	—	369	381	462	—	32,2	34,2	34,9
RIM 200	2 XII 1965	—	306	328	410	—	25,8	30,1	34,2
M 400	14 XII 1965	—	—	383	352	—	—	31,5	34,5
P	3 III 1966	—	230	289	401	—	20,3	26,0	31,5
PZ 400	2 II 1966	—	170	284	400	—	21,5	27,5	31,6
RIM 200	15 II 1966	—	271	348	405	—	25,6	27,7	32,5
M 400	2 II 1966	—	170	269	400	—	—	26,6	31,9
PZ 400	12 VI 1967	—	280	286	360	—	23,3	26,6	32,9
RIM	9 VI 1967	274	390	418	447	17,5	26,0	26,5	29,5
RIM 200	14 VI 1967	174	317	317	415	—	27,5	27,9	29,2
M 400	2 VI 1967	—	—	301	424	—	—	26,2	29,3
A 400	3 X 1966	250	340	488	512	22,0	28,5	34,1	38,7
	5 XI 1966	242	338	452	500	20,8	27,9	33,8	37,0
	18 III 1967	230	330	440	482	18,2	24,3	33,7	36,8
	14 VII 1967	180	295	426	474	16,7	22,2	32,0	35,6

5. Concluzii cu privire la proprietăţile fizico-mecanice ale cimentului românesc *A* 400 (tranşa sept. 1966) în comparaţie cu cimenturile silicioase

a) Apa de amestecare necesară pentru realizarea pastei de consistenţă normală (la temperatura normală 20°C), în cazul cimentului *A* 400, depăşeşte cu puţin (26,9%) cantitatea necesară la cimenturile silicioase (tabelul 1).

b) Atît începutul cît şi durata prizei se desfăşoară mai lent la cimentul *A* 400 (3 ore 50 min respectiv 5 ore 25 min) decît la cimenturile silicioase, puse în condiţii de temperatură normală (20°C).

c) Temperatura apei de amestecare şi a mediului exercită o influenţă accentuată atît asupra cantităţii de apă pentru pasta de con-

sistență normală cît și asupra intervalului în care are loc priza; aceste influențe se fac mai resimțite la cimentul *A* 400 decît la cimenturile silicioase (tabelul 2, fig. 1).

d) Rezistențele mecanice urmărite pînă la 28 zile, în condiții normale de temperatură (la 3, 7 și 28 zile), ating, la cimentul *A* 400, valorile cele mai mari; cu valori imediat inferioare urmează cimentul *RIM* (tabelul 4, fig. 3 și 4). Cimentul aluminos *A* 400 n-a furnizat marca 400 la 3 zile, după cum indică norma internă a fabricii.

e) Cu scăderea gradului de prospețime al cimentului *A* 400 crește cantitatea de apă pentru pasta de consistență normală, crește timpul pînă la începutul și sfîrșitul prizei, are loc o aglomerare a granulelor de ciment (crește reziduul pe sita 009), scad rezistențele mecanice (tabelul 1, fig. 5 și 6).

f) Cu toate că proprietățile fizice (urmărite la temperatura de 20°C) și rezistențele mecanice pînă la vîrsta de 28 zile dau rezultate satisfăcătoare, permițînd compararea cimentului *A* 400 românesc cu cele de calitate străine, urmărirea comportării în timp și la variații de temperatură apare necesară pentru a trage concluzii asupra calității lui și a condițiilor în care trebuie să se lucreze pe șantiere cu cimentul aluminos românesc *A* 400 livrat de fabrica de la Comarnic.

Primită la 25 mai 1968

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fundații și materiale

BIBLIOGRAFIE

1. Albrecht W., Materiale de construcții (Caiet selectiv), 7, (1965).
2. Biczök I., *Coroziunea și protecția betonului.* Buc., 1965, (trad. din l. engleză).
3. *** *Materiale și produse pentru betoane simple și armate. Cimentul aluminos.* C.S.C.A.S., dec. 1965.
4. Duriez M., *Nouveau traité de matériaux de construction.* Paris, 1961.
5. Lafuma H., *Liants hydrauliques.* Paris, 1965.
6. Lafuma H., Rev. des matér. de constr. et des trav. publ., *603*, 545 (1965).
7. Lafeman Ch., Rev. des matér. de constr. et des trav. publ., *616*, 24 (1967).
8. Lea F. M., *The Chemistry of Cement and Concrete.* London.
9. Adams M. N., *A Study of Deterioration of Structural Concrete made with High-Alumina Cement.* The Institution of Civil Engineers, Proceed., **25** 287—323 (1963).
10. Păunel El., Bordea A., Iorga N., Alexandrescu M., Vasiliu A., Bul. Inst. polit. Iași, **XVI (XX)**, *3—4*, s. V, 75—82 (1970).
11. Păunel El., Grigorescu R., Dascălu V., *Studiu în vederea stabilirii parametrilor optimi de obținere a betoanelor cu ciment aluminos românesc.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIV (XVIII)**, *3—4*, 673—680 (1968).

12. Schwiete H. E., Materiale de construcţii (Caiet selectiv), 9 (1965).
13. Taylor I., Materiale de construcţii (Caiet selectiv), 5, 243—255 (1965).
14. Taylor I., Materiale de construcţii (Caiet selectiv), 12, (1962).
15. Tournadre M., Rev. des matér. e constr. et des trav. publ., 601, 432 (1965).

ÉTUDES SUR LES PROPRIÉTÉS PHYSICO-MÉCANIQUES DU CIMENT ALUMINEUX ROUMAIN

(Résumé)

On présente les principales propriétés physiques (l'eau pour la preparation de la pâte et le temps de la prise en différentes conditions de température, la chaleur qui se dégage pendant la hydratation, etc.) et mécaniques (R_c , R_i jusqu'au 28-ème jour) du ciment alumineux roumain *A* 400 par rapport aux quelques ciments silicieux roumains.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 1—2, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 628.1

STUDIUL EFICIENŢEI TEHNICO-ECONOMICE A LACULUI DE DECANTARE CHIRIŢA – ALIMENTAREA CU APĂ A ORAŞULUI IAŞI *)

DE

LONGHIN MACAREVICI, M. DIMA, C. MANOLIU, DAN PINTILIE, EMIL VORNICU, IULIAN IONESCU şi EMANOIL BÂRSAN

1. Printre problemele care trebuie rezolvate la tratarea apelor de suprafaţă cu conţinut important de suspensii coloidale este şi cea a tratării cu coagulant.

Pentru apele captate din cursurile de şes şi deal, costul coagulantului reprezintă circa 5...15% din costul apei. Datorită ponderei ce o prezintă costul coagulantului în stabilirea preţului de cost al apei, în practica tratării apelor de suprafaţă se experimentează diverse procedee pentru reducerea consumului de coagulant. Astfel de procedee s-au experimentat şi la tratarea apei de suprafaţă din sursa Prut, pentru alimentarea cu apă a oraşului Iaşi.

2. Alimentarea cu apă a oraşului Iaşi din sursa Prut, proiectată de I.P.A.C.H. Bucureşti, a intrat în funcţiune în anul 1957 cu o capacitate de 25 000 m^3/zi apă potabilă, avînd următorul profil :

a) Priza de mal executată în cheson deschis, în interiorul căruia se află grătarele, sitele mobile, desnisipatoarele şi prima treaptă de pompare.

b) Conducta de refulare către staţia de tratare Şorogari (cu diametru de 600 mm).

c) Staţia de repompare.

d) Camera de amestec (cu salt hidraulic) care se află în clădirea gospodăriei de reactivi.

e) Camerele de reacţie (cîte trei în serie) prevăzute cu palete acţionate electric.

f) Decantoarele orizontale.

g) Filtrele rapide cu nivelul liber.

h) Staţia de clorizare în rezervoarele de înmagazinare.

Începînd din anul 1962, ca urmare a creşterii populaţiei, a gradului de confort prin construirea a numeroase blocuri de locuinţe cu instalaţii sanitare complete şi a dezvoltării industriei, necesarul de apă a depăşit capacitatea instalaţiilor de alimentare cu apă. Astfel s-a resimţit necesitatea măririi capacităţii instalaţiilor de alimentare cu apă potabilă şi executarea unor instalaţii speciale pentru alimentarea cu apă industrială.

---

*) Comunicată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic, Timişoara, 18—20 martie 1966.

O dată cu proiectarea lucrărilor de mărire a capacităţii instalaţiilor, pe baza experienţei acumulate în perioada 1957—1962, s-au prevăzut şi o serie de lucrări pentru îmbunătăţirea procesului de tratare a apei.

3. Printre măsurile care s-au impus în vederea asigurării îmbunătăţirii calităţii apei tratate a fost şi aceea a măririi timpului de decantare, care era de circa 1,5 ore la viteza de 0,6...0,7 cm/s. Această durată s-a dovedit a fi insuficientă, în special pentru perioadele în care turbiditatea apei de Prut atinge 5...7 000°Si. În consecinţă în etapa 1962...1965, pe lîngă lucrările de mărire a capacităţii s-a prevăzut şi prelungirea duratei de decantare cu circa 70%. Concomitent cu aceste lucrări, tot din sursa Prut s-a executat şi alimentarea cu apă industrială, al cărei flux tehnologic este următorul :

a) Pentru captare, prima treaptă de pompare şi aducţiunea pînă la limita intravilanului, sînt folosite instalaţii comune cu cele ale apei potabile.

b) De la limita intravilanului, din conducta de aducţiune se ramifică o conductă care asigură transportul apei necesare pregătirii apei industriale către lacul de decantare Chiriţa. Prin decantarea suspensiilor din apa brută, în lacul Chiriţa, se asigură limpezirea apei pînă la limitele admise de specificul industriilor din zona industrială a oraşului Iaşi.

c) Din lac apa este captată prin intermediul unui turn de priză şi transportată apoi gravitaţional pînă la staţia de pompare Chiriţa, de unde este refulată în reţeaua de distribuţie a apei industriale.

Atît lacul Chiriţa cît şi staţia de pompare Chiriţa au fost prevăzute în primele faze de proiectare doar pentru asigurarea procesului tehnologic al apei industriale. În proiectul de execuţie, avîndu-se în vedere greutăţile întîmpinate la tratarea apei în perioadele cu turbidităţi excesive ale apei din Prut, s-a prevăzut şi posibilitatea folosirii apei din lacul Chiriţa pentru pregătirea apei potabile, însă cu o treaptă de pompare suplimentară.

Lacul Chiriţa are un volum de circa 5 000 000 m^3 şi o suprafaţă de 92 ha din care volumul util este de 2 500 000 m^3.

În perioada verificării instalaţiilor s-au captat din lac o cantitate de apă de 50 000...60 000 m^3/zi, iar în perioada de funcţionare la capacitatea proiectată pentru etapa actuală, se captează circa 100 000 m^3/zi.

4. Deoarece în lacul Chiriţa se introduce apă în mod continuu, neţinîndu-se cont de turbiditatea apei de Prut, apa captată din lac are turbiditatea cuprinsă între 10°...38° Si (turbidităţile mari corespunzînd zilelor în care pe lac se formează valuri). Turbiditatea apei din Prut, după desnisipare, variază între limite foarte largi, ajungînd iarna şi în perioadele secetoase de vară la 5°...10°Si, iar în perioadele de viitură la turbidităţi foarte mari de ordinul 5...7 000° Si. În cazul turbidităţilor mici de 10°...70°Si circa 90% reprezintă

substanţele coloidale iar la turbidităţi ridicate acest procent scade pînă la circa 30...50% (la apa desnisipată).

În perioadele cu turbiditate redusă s-ar părea că nu este necesară tratarea cu coagulant; pentru reducerea culorii (slab verzui) apa se tratează totuşi cu o doză minimă de coagulant de 10...15 mg/l.

Din cele expuse mai sus rezultă că în anumite perioade turbiditatea apei captate din Prut este mai mare decît cea a apei captate din lacul Chiriţa, pe cînd în alte perioade este mai redusă.

5. Pe baza datelor obţinute din exploatare s-au studiat şi determinat: eficienţa economică a lacului Chiriţa, în procesul de alimentare cu apă a oraşului Iaşi, limitele de funcţionare economică din punct de vedere al consumului de coagulant (sulfat de aluminiu) cît şi influenţa exercitată de lacul Chiriţa asupra calităţilor fizice, chimice, organoleptice şi bacteriologice ale apei. În ce priveşte caracteristicile biologice acestea nu se pot determina decît într-o perioadă de timp mai îndelungată, iar lacul Chiriţa a intrat în funcţiune abia în anul 1964.

Din analiza datelor de exploatare din perioada 1957...1964 (tabelul 1), cînd alimentarea cu apă a oraşului Iaşi a funcţionat cu apă captată direct din Prut, s-a stabilit că doza medie de coagulant este de 51,6 g/m^3 iar pentru perioada de funcţionare cu apă captată din lacul Chiriţa este de 21,3 g/m^3, rezultînd deci o reducere a dozei de coagulant cu 30,3 g/m^3 (circa 60%.).

Tabelul 1

Dozele medii de coagulant utilizate în tratarea apei de Prut (kg/m^3)

Luna	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965
Ianuarie	0,0526	0,0241	0,0340	0,0345	0,0320	0,0242	0,0215	—
Februarie	0,0735	0,0239	0,0423	0,0693	0,0199	0,0319	0,0253	—
Martie	0,0717	0,0517	0,0750	—	0,0985	0,0886	0,0719	0,0228
Aprilie	0,0824	0,0286	0,0420	0,0505	0,0200	0,1610	0,1550	0,0106
Mai	0,0602	0,0331	0,0285	0,0482	0,0130	0,0914	0,0655	0,0194
Iunie	0,0628	0,0910	0,0637	0,0450	0,0102	0,0488	0,0474	0,0309
Iulie	0,0668	0,0220	0,066	0,0160	0,0642	0,0373	0,0730	—
August	0,0462	0,0660	0,0487	0,0140	0,0309	0,0375	0,0776	—
Septembrie	0,0713	0,0280	0,0141	0,0160	0,0241	0,0440	0,0523	—
Octombrie	0,0194	0,0230	0,0331	0,0250	0,0311	—	0,0567	—
Noiembrie	0,0238	0,0310	0,0364	0,0268	0,0340	0,0414	0,0693	—
Decembrie	0,0240	0,0260	0,0489	0,0221	0,0499	0,0236	0,0373	—
Media	0,0545	0,0374	0,0444	0,0350	0,0680	0,0572	0,0627	0,0213

Media generală = 0,0516 kg/m^3

Costul unui kg de sulfat de aluminiu în condițiile orașului Iași este de 1,95 lei. La capacitatea de 60 000 m^3/zi, pentru care este dimensionată alimentarea cu apă potabilă din sursa Prut, rezultă o economie anuală prin reducerea dozei de coagulant de :

$$0{,}0303 \times 1{,}95 \times 60\,000 \times 365 = 1\,293\,961 \text{ lei/an.}$$

Pentru obținerea economiei nete, cifrele obținute trebuie reduse cu costul energiei suplimentare corespunzătoare utilizării unei noi trepte de pompare. Considerînd (conform datelor de exploatare) că 50% din an se utilizează apă din lac, iar costul energiei pe m^3 pentru pompare suplimentară este de 0,009 lei, costul total al energiei va fi :

$$0{,}009 \times 60\,000 \times 180 = 97\,200 \text{ lei/an.}$$

Rezultă deci o economie netă de circa 1 200 000 lei/an.

Cifra obținută reprezintă economiile minime ; ele sînt în realitate mai mari datorită folosirii în anumite perioade din an a apei direct din Prut, cu turbidități de 5°...15° Si, pentru care se utilizează doze reduse de coagulant (10...15 mg/l).

6. În vederea stabilirii limitelor optime de funcționare a alimentării cu apă a orașului Iași din punct de vedere al consumului de coagulant, pe baza dozelor utilizate la tratarea apei din Prut și Chirița în perioada 1957...1965 (circa 4 000 doze) s-au întocmit grafice din care rezultă doza de coagulant pentru diverse turbidități și temperaturi ale apei din Prut (fig. 1 și 2).

Cu ajutorul datelor obținute s-a stabilit că pentru apa din lacul Chirița corespunde o doză medie de coagulant de 20 mg/l pentru turbiditatea medie de 30° Si întrucît din lac se captează apă în special în perioadele de viitură, deci cînd temperatura apei este în mod normal peste 5°C.

Pentru asigurarea unei utilizări operative a graficelor din fig. 1 și 2 în procesul de tratare a apei din sursa Prut, s-a recurs la următorul procedeu :

La doza medie stabilită pentru apa din lacul Chirița se mai adaugă cantitatea de sulfat de aluminiu echivalentă cu costul energiei necesare pentru treapta de pompare suplimentară, în cazul captării apei din lacul Chirița, care este de 4,6 mg/l. În acest mod rezultă că pentru turbidități și temperaturi ale apei din Prut care necesită pentru coagulare doze mai mari decît 25 mg/l (conform graficelor întocmite pentru apa captată direct din Prut) este mai economic să se utilizeze apa din lacul Chirița, iar pentru turbidități și temperaturi ale apei de Prut cărora le corespund doze mai mici decît 25 mg/l se va utiliza pentru pregătirea apei potabile, apă direct din Prut.

Dacă se ține seama de datele din buletinele de analiză, rezultă că lacul Chirița nu exercită din punct de vedere calitativ, o influență deosebită decît asupra turbidității și suspensiilor apei brute, restul caracteristicilor rămînînd sensibil egale, și anume :

a) Temperatura apei din lacul Chiriţa este mai scăzută cu 2...3°C, în perioadele de vară, întrucît apa este captată de la o adîncime de 3...4 m.

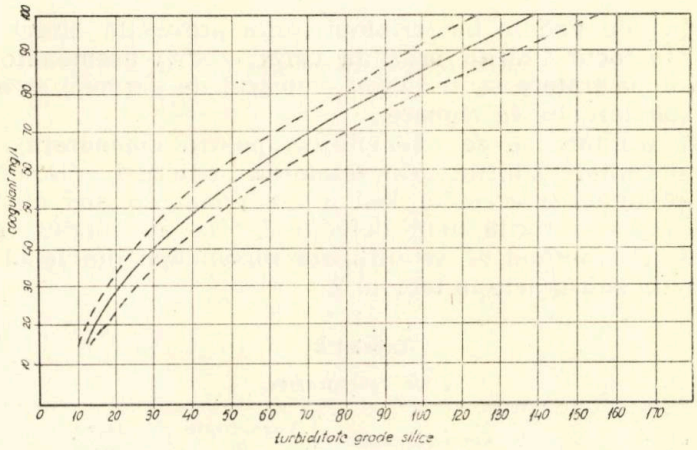


Fig. 1. — Curba medie a dozelor de coagulant funcţie de datele din exploatare (temperatura 1°...5° C).

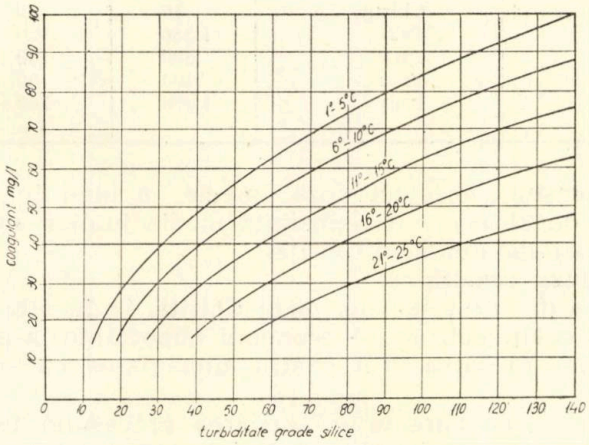


Fig. 2. — Curbele medii ale dozei de coagulant funcţie de turbiditatea şi temperatura apei din rîul Prut.

b) Ceilalţi parametri nu suferă modificări importante; se pune în evidenţă doar o uşoară atenuare a variaţiilor mari care apar la apa din Prut în anumite perioade (duritatea totală, temporară şi permanentă, substanţe organice, alcalinitate, cloruri etc.). Nu se poate însă

vorbi de o aplatizare a variațiilor acestor parametri deoarece volumul de acumulare al lacului Chiriţa nu este deosebit de important în raport cu consumul zilnic de apă potabilă și industrială care se captează din el.

Din punct de vedere bacteriologic, apa provenită direct din Prut cît și cea din lacul Chiriţa prezintă caracteristici asemănătoare, reușindu-se ca după tratare să se obţină numărul de germeni și bacili coli în limitele standardelor în vigoare.

Prezintă utilitate să se exemplifice, pentru comparaţie, eficienţa lacului de decantare Chiriţa prin relatarea situaţiei din luna iulie 1965 cînd alimentarea orașului Iași a funcţionat cu apă din Prut și din lacul Chiriţa (datorită unor defecţiuni care au condus la această situaţie, deși era normal să se utilizeze numai apă din lacul Chiriţa). Datele obţinute sînt redate în tabelul 2.

Tabelul 2

Date comparative

Ziua	Proveniența apei	Turbiditate °Si	Doza mg/l	Consum sulfat kg
1 iulie	Chiriţa	20	30	1 720
2 iulie	Chiriţa	10	20	1 720
3 iulie	Chiriţa	16	20	1 870
8 iulie	Prut	1 550	120	5 800
9 iulie	Prut	500	100	3 600
10 iulie	Prut	460	80	3 600
12 iulie	Prut	1 670	160	5 700

Datorită acestui accident doza medie a lunii iulie a fost de 84,1 mg/l față de 21 mg/l cît reprezintă media lunilor anterioare cînd s-a utilizat numai apă din lacul Chiriţa.

7. În concluzie rezultă că :

a) Captarea din Prut sau din lacul Chiriţa, în funcţie de turbiditatea și doza de coagulant, aduce economii importante la preţul de cost al apei potabile din sursa Prut pentru alimentarea cu apă a orașului Iași.

b) Prin utilizarea curentă în dirijarea procesului tehnologic al tratării și captării apei, a curbelor medii ale dozelor de coagulant funcţie de turbiditatea și temperatura apei din Prut (fig. 1 și 2), se aduce un important sprijin Întreprinderii comunale apă—canal—gaze —băi, Iași în scopul reducerii preţului de cost al apei.

c) Studiul întreprins este valabil atît pentru alimentarea cu apă a orașului Iași cît și a altor alimentări cu apă de suprafaţă din rîul Prut sau din cursuri de suprafaţă a căror apă are calităţi asemănătoare.

d) Lacurile de decantare, pot fi prevăzute şi în cazul altor alimentări cu apă, cînd pe baza unui calcul economic, în care se iau în consideraţie valorile amortismentelor lucrărilor suplimentare şi a cheltuielilor suplimentare de pompare faţă de economia de coagulant adusă, rezultă ca avantajoasă soluţia cu lac de acumulare.

e) Prevederea de lacuri de decantare, în circuitul tratării apei de suprafaţă pentru pregătirea apei potabile, este mai avantajoasă în cazul în care acestea se impun şi pentru asigurarea decantării apei industriale (cum este cazul oraşului Iaşi).

Primită la 1 aprilie 1970

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii hidrotehnice

ÜBER DIE WIRTSCHAFTLICHKEIT DES SEES CHIRIŢA ALS KLÄRBECKEN WASSERVERSORGUNG DER STADT JASSY

(Zuzammenfassung)

Die Arbeit behandelt die Feststellung der Wirtschaflichkeit des Sees Chiriţa als Klärbecken im Prozess der Reinigung des Wassers bei der Wassergewinung aus dem Fiusse Prut.

Es werden Tabellen und Diagrammen beigelegt für die Bestimmung der wirtschaftlichen Benützung der Wasserversorgung für die Stadt Jassy und die jährlichen Ersparnisse die durch die Benützung dieses Sees als Klärbecken erzielt wurden.

Nr. coli tipar : 5,75

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică Iași, str. V. Alecsandri 12
sub comanda 38
Republica Socialistă România

1973 JAN 15

F 1503

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

TOMUL XVII (XXI)

Fasc. 3–4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1971

BIBLIOTECA CENTRALĂ

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

TOMUL XVII (XXI)

Fasc. 3–4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1971

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU, prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar), conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Prof. dr. ing. C. CIOBANU
Conf. ing. VL. BOGHIAN
Conf. dr. ing. A. RADU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XVII (XXI), fasc. 3—4 1971

Secția V

CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

FLORIN MACAVEI, Paralelă între metodele matricei de rigiditate și flexibilitate (rom., rez. engl.) 1

ȘT. JERCA, Generalizarea teoriilor de calcul a structurilor din bare în metoda deplasărilor (rom., rez. franc.) 5

AL. EFTIMIE, Tasarea unui teren elastic omogen și izotrop transversal, sub o fundație elastică în formă de fîșie încărcată cu o sarcină uniformă (rom., rez. engl.) 15

N. UNGUREANU și IULIAN IONESCU, O metodă numerică de calcul a grinzilor și plăcilor rezemate pe semispațiu elastic omogen și izotrop (franc., rez. rom.) 25

EMANOIL BĂRSAN și LONGHIN MACAREVICI, Considerații privind starea de eforturi la barajele precomprimate (engl., rez. rom.) . 33

IULIAN IONESCU, M. DIMA și LUMINIȚA MUȘAT, Considerațiuni asupra folosirii tabelelor la calculul grinzilor rezemate pe mediu elastic (rom., rez. franc.) 41

DAN PRECUPANU, Metodă rapidă privind calculul grinzilor metalice presolicitate (rom., rez. franc.) 51

GH. MĂRMUREANU, Determinarea experimentală a eforturilor unitare critice de flambaj ale elementelor plane rigidizate sau nerigidizate (engl., rez. rom.) 57

VIRGIL FOCȘA, RODICA SARDINO și I. GAVRILAȘ, Influența poziției stratului de termoizolație în pereți și terase, asupra caracteristicilor higrotermice (germ., rez. rom.) 63

Pag.

PAUL COSMULESCU, Contribuţii la studiul *in situ* cu ajutorul radionuclizilor a alunecării versanţilor Tg. Copou — D. Copou (franc., rez. rom.) 73

GH. GAVRILOV, Asupra unui nou procedeu de rezolvare a punctelor triple (rom., rez., franc.) 81

RADU GRIGORESCU, ELISABETA PĂUNEL, C. CARAMAN şi ECATERINA SOFRONIE, Cercetări asupra factorilor care influenţează calitatea mortarurilor cu ciment aluminos românesc (rom., rez. franc.) 87

LONGHIN MACAREVICI, VICTOR ZAVATI, VIRGIL BREABĂN şi EMANOIL BĂRSAN, Studii asupra disipării energiei în canalele rapide cu rugozitate artificială tip redane drepte (rusă, rez. rom.) 99

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XVII (XXI), Fasc. 3—4 1971

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

	Pp.
FLORIN MACAVEI, An Analogy between the Stiffness and the Flexibility Matrix Methods (Romanian, English summary) . . .	1
ŞT. JERCA, Généralisation des théories du calcul des structures dans la méthode des déplacements (Romanian, French summary) . .	5
AL. EFTIMIE, The Settlements of the Elastic Homogenous and Cross-Anisotropic Soil under the Action of a Continuous Elastic Foundation Uniformely Loaded (Romanian, English summary) . . .	15
N. UNGUREANU et I. IONESCU, Une méthode numérique de calcul des poutres et des plaques appuyées sur un milieu élastique homogène et isotrope (French, Romanian summary)	25
EMANOIL BÂRSAN and LONGHIN MACAREVICI, Considerations upon the Stress Distributions for Prestressed Dams (English, Romanian summary)	33
IULIAN IONESCU, M. DIMA et LUMINIŢA MUŞAT, Considérations sur l'emploi des tableaux dans le calcul des poutres appuyées sur un milieu élastique (Romanian, French summary)	41
DAN PRECUPANU, Sur le calcul des poutres métalliques présolicitées (Romanian, French summary)	51
GH. MĂRMUREANU, Experimental Determination of the Critical Buckling Stresses of the Stiffened and Unstiffened Elements (English, Romanian summary)	57
VIRGIL FOCŞA, RODICA SARDINO und I. GAVRILAŞ, Einfluss der hygrothermischen Eigenschaften durch die Lage der Isolationsschicht in Wände und Flachdächer (German, Romanian summary)	63

Pp.

PAUL COSMULESCU, Contributions à l'étude *in situ* sur le glissement des versants Tg. Copou de la colline Copou — Jassy (V) (French, Romanian summary) 73

GH. GAVRILOV, Sur un nouveau procédé de solution des points triples (Romanian, French summary) 81

RADU GRIGORESCU, ELISABETA PĂUNEL, C. CARAMAN et ECATERINA SOFRONIE, Étude sur les facteurs qui influencent la qualité des mortiers avec du ciment alumineux roumain *A*400 (Romanian, French summary) 87

LONGHIN MACAREVICI, VICTOR ZAVATI, VIRGIL BREABĂN und EMANOIL BĂRSAN, Studium über die Energieverzehrung in Schnellablesskanälen mit künstlicher Unebenheit des Types geraden Rippenergievernichter (Russian, Romanian summary) . . 99

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XVII (XXI), вып. 3—4 1971

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ФЛОРИН МАКАВЕЙ, Сравнение между методами матриц гибкости и негибкости (рум., рез. англ.) 1

ШТ. ЖЕРКА, Об общественности расчетной теорий рам методы перемещений (рум., рез. франц.) 5

АЛ. ЕФТИМИЕ, Оседание однородной поперечно-изотропной эластичной почвы под эластичным основанием в форме полосы нагруженой равномерной нагрузкой 15

Н. УНГУРЯНУ и ЮЛИАН ИОНЕСКУ, Численный метод расчета балок и плит опирающихся на упругом однородом и изотропном основании (франц., рез. рум). 25

ЕМАНОИЛ БЫРСАН и ЛОНГИН МАКАРЕВИЧ, Соображения о напряженной состоянии предварительно напряженных гравитационных плотих (англ., рез. рум.) 33

ЮЛИАН ИОНЕСКУ, М. ДИМА и ЛУМИНИЦА МУШАТ, О применении расчетных таблиц балок в упругой среде (рум., рез. франц.) . . 41

ДАН ПРЕКУПАНУ, Быстрой метод дль расчет предварительно напряженных металлических балок (рум., рез. франц.) 51

Г. МЭРМУРЯНУ, Экеперимснтальное определение критического напряжения усиленных и неусиленных плоских элементов (англ., рез. рум.) . 57

ВИРДЖИЛ ФОКША, РОДИКА САРДИНО и И. ГАВРИЛАШ, Влияние расположения термоизоляционных слоев стен и террас на гидротермических характеристик (нем., рез. рум.) 63

Стр.

ПАУЛ КОСМУЛЕСКУ, Исследование *in situ* оползня склонов Ясского холма Копоу при помощи радиоактивных изотопов (V) (франц., рез. рум.) 73

Г. ГАВРИЛОВ, Новый прием решения задачи тройных точек (рум., рез. франц.) 81

РАДУ ГРИГОРЕСКУ, ЕЛИСАБЕТА ПЭУНЕЛ, К. КАРАМАН и ЕКАТЕРИНА СОФРОНИЕ, Исследование факторов которые влияют на качество растворов с румынских глинистых цементов (рум., рез. франц.) 87

ЛОНГИН МАКАРЕВИЧ, ВИКТОР ЗАВАТИ, ВИРДЖИЛ БРЯБЭН и ЕМАНОИЛ БЫРСАН, Исследования условии погошения энергии в быстротоках с искусственной шероховатостью типа нормальных брусков (русск., рез. рум.) 99

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.07

PARALELĂ ÎNTRE METODELE MATRICEI DE RIGIDITATE ȘI FLEXIBILITATE*)

DE

FLORIN MACAVEI

1. Ținînd seama de relația matricei de flexibilitate în rezolvarea sistemelor static nedeterminate

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}, \tag{1}$$

în care $\{F_2\}$ este vectorul necunoscut al forțelor hiperstatice, $\{F_1\}$ — vectorul cunoscut al forțelor exterioare, iar $\{0\}$ și $\{\Delta_1\}$ — deplasările după coordonatele corespunzătoare, în [1] se scrie sub o formă similară relația matricei de rigiditate :

$$\{F\} = [K]\ \{\Delta\}, \tag{2}$$

anume :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

adică vectorul $\{F\}$ al forțelor exterioare se divide corespunzător coordonatelor după care acționează forțe $\{F_1\}$ și coordonatelor după care forțele exterioare sînt nule $\{0\}$.

Prin compararea relațiilor (1) și (3) și ținînd seama de legătura dintre matricele de flexibilitate $[a]$, de rigiditate $[K]$ și matricea flexibilităților $[\alpha]$ și respectiv a rigidităților elementelor $[k]$, în [1] se dezvoltă o analogie între cele două metode, prezentată pe scurt în [2].

Dacă în metoda matricei de flexibilitate divizarea coordonatelor structurii (relația (1)) este esențială, deoarece se separă forțele exterioare

*) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, 2–4 iulie 1970.

$\{F_1\}$ de necunoscutele $\{F_2\}$, în metoda matricei de rigiditate (relația (3)) această divizare nu este necesară, întrucît atît $\{\Delta_1\}$ cît și $\{\Delta_2\}$ sînt necunoscute.

2. Formularea mai generală a metodei deplasărilor permite evidențierea unei paralele perfecte între cele două metode. Anume, în

$$\{F\} = [K]\ \{\Delta\},$$

prin $\{\Delta\}$ se denumesc deplasările după toate coordonatele structurii, independente $\{\Delta_2\}$ (necunoscute) și corespunzătoare rezemărilor, $\{\Delta_1\}$ (impuse), iar prin $\{F\}$ toate forțele exterioare, acțiuni $\{F_2\}$ și reacțiuni $\{F_1\}$:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

În metoda flexibilității deplasările $\{\Delta_2\}$ după coordonatele necunoscutelor pot fi nenule :

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}. \tag{5}$$

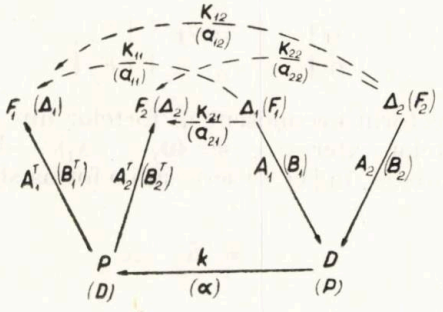


Fig. 1

Între cele două metode rezultă paralela prezentată în fig. 1. În paranteze s-au trecut elementele care intervin în metoda matricei de flexibilitate ; celelalte elemente sînt vectorii și matricele din metoda matricei de rigiditate.

Grafurile celor două metode sînt identice. Din această paralelă se evidențiază numai cîteva relații analoge.

Metoda matricei de flexibilitate	*Metoda matricei de rigiditate*
Echilibrul forțelor	Compatibilitatea deformațiilor
$\{P\} = [B_1\ B_2] \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$ (6)	$\{D\} = [A_1\ A_2] \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix}$

Relația eforturi—deformații de element

(7) $\{D\} = [\alpha]\,\{P\}$ | $\{P\} = [k]\,\{D\}$

Compatibilitatea deformațiilor

Echilibrul forțelor

(8) $$\begin{Bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}B_1^{\mathrm{T}}\\ B_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\{D\}$$ | $$\begin{Bmatrix}F_1\\ F_2\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}A_1^{\mathrm{T}}\\ A_2^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\{P\}$$

Relația matricii de flexibilitate

$$\begin{Bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}F_1\\ F_2\end{Bmatrix}$$

unde

(9) $[a_{11}] = [B_1^{\mathrm{T}}\,\alpha\,B_1]$

(10) $[a_{12}] = [B_1^{\mathrm{T}}\,\alpha\,B_2] = [a_{21}]^{\mathrm{T}}$

(11) $[a_{22}] = [B_2^{\mathrm{T}}\,\alpha\,B_2]$

Relația matricii de rigiditate

$$\begin{Bmatrix}F_1\\ F_2\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}K_{11} & K_{12}\\ K_{21} & K_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{Bmatrix}$$

unde

$[K_{11}] = [A_1^{\mathrm{T}}\,k\,A_1]$

$[K_{12}] = [A_1^{\mathrm{T}}\,k\,A_2] = [K_{21}]^{\mathrm{T}}$

$[K_{22}] = [A_2^{\mathrm{T}}\,k\,A_2]$

Expresia necunoscutelor

(12) $\{F_2\} = [a_{22}]^{-1}\{\Delta_2 - a_{21}F_1\}$ | $\{\Delta_2\} = [K_{22}]^{-1}\{F_2 - K_{21}\Delta_1\}$

Primită la 4 iulie 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de statică și rezistență

BIBLIOGRAFIE

1. Pestel E. C., Leckie A., *Matrix Methods in Elasto-Mechanics.* Mc. Graw-Hill, N. Y., 1963.
2. Rubinstein M. F., *Matrix Computer Analysis of Structures.* Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. Y., 1966.
3. Martin H. C., *Introduction to Matrix Methods of Structural Analysis.* Mc. Graw-Hill, N. Y., 1966.

AN ANALOGY BETWEEN THE STIFFNESS AND THE FLEXIBILITY MATRIX METHODS

(Summary)

In this paper an analogy between these two methods of solving the statical indeterminate structures is given. The graphs of the two methods are identical (fig. 1), therefore all relations of a method are found again in the other.

The analogy maintains the correspondence knowns—knowns, unknowns—unknowns.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.07

GENERALIZAREA TEORIILOR DE CALCUL A STRUCTURILOR DIN BARE ÎN METODA DEPLASĂRILOR

DE

ȘT. JERCA

1. Introducere

Structura se consideră ca fiind un ansamblu de n bare, drepte sau curbe, cu secțiunea constantă sau variabilă, îmbinate în N noduri.

Se pot considera noduri și puncte intermediare de pe bare, în care acționează sarcini concentrate, unde se urmărește determinarea deplasărilor sau se schimbă brusc secțiunea barelor.

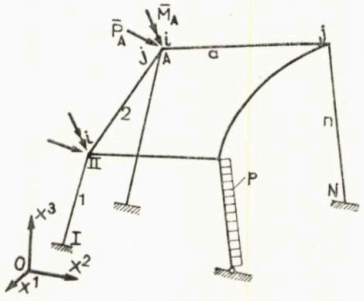


Fig. 1

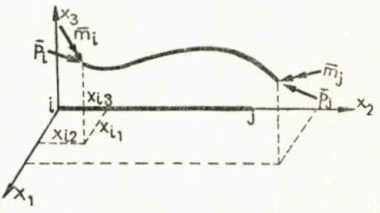


Fig. 2

Se raportează studiul structurii la un sistem de referință general, fixat la teren, numit reper de cadru (O, X^1, X^2, X^3 — fig. 1) și pentru fiecare bară se atașează un sistem de referință propriu, numit reper de bară, (i, x_1, x_2, x_3 — fig. 2).

Sarcinile exterioare acționează numai în nodurile structurii și în reperul de cadru, pentru un nod A, se grupează în matricea coloană :

$$(1) \qquad P_A = \begin{bmatrix} P_A^1 \\ P_A^2 \\ P_A^3 \\ M_A^1 \\ M_A^2 \\ M_A^3 \end{bmatrix}.$$

Pentru întreaga structură cu N noduri se obține o matrice de dimensiune $6N \times 1$, pe care o vom nota cu P.

Sarcinile distribuite pe bară sau sarcinile concentrate dintre noduri se vor înlocui prin reacțiunile, cu semn schimbat, din capetele barei considerată dublu încastrată. Rezultatul calculelor va fi corect pentru orice porțiune a structurii cu excepția barei respective, unde va trebui ca la rezultatul obținut să se suprapună efectul sarcinilor intermediare, ce au fost reduse la noduri prin procedeul de mai sus.

Sub acțiunea sarcinilor exterioare, nodurile structurii se deplasează și în reperul de cadru, deplasările nodului A se grupează în matricea coloană:

$$(2) \qquad D_A = \begin{bmatrix} D_A^1 \\ D_A^2 \\ D_A^3 \\ \theta_A^1 \\ \theta_A^2 \\ \theta_A^3 \end{bmatrix}.$$

Pentru întreaga structură se va obține o matrice de dimensiune $6N \times 1$, pe care o vom nota cu D, și care măsoară variația geometriei structurii prin deformarea acesteia. Elementele matricelor P și D sînt asociate pentru fiecare nod în reperul de cadru, iar elementele fiecărei matrici în parte sînt independente. Nodurile de fixare la teren intervin în matricea D prin deplasările neîmpiedecate de legături, deci nenule și necunoscute.

În fiecare capăt i (j) al barei a apar un vector efort $\bar{p}_i^a$ și un vector moment $\bar{m}_i^a$, care se descompun într-un efort normal, două eforturi tăie-

toare, respectiv un moment de torsiune și două momente încovoietoare în raport cu reperul de bară, și care se grupează în matricea :

$$(3) \qquad p_i^a = \begin{vmatrix} \overline{p_{i1}^a} \\ p_{i2}^a \\ p_{i3}^a \\ m_{i1}^a \\ m_{i2}^a \\ \overline{m_{i3}^a} \end{vmatrix}.$$

Pentru întreaga structură cu n bare se va obține o matrice de dimensiune $12n \times 1$, pe care o vom nota cu $\overline{p}$.

Fiecare capăt i (j) al barei a suferă deplasări și rotiri care se raportează la reperul de bară și se grupează în matricea coloană :

$$(4) \qquad d_i^a = \begin{vmatrix} \overline{x_{i1}^a} \\ x_{i2}^a \\ x_{i3}^a \\ \theta_{i1}^a \\ \theta_{i2}^a \\ \overline{\theta_{i3}^a} \end{vmatrix}.$$

Pentru întreaga structură se va obține o matrice de dimensiune $12n \times 1$, pe care o vom nota cu $\overline{d}$. Elementele matricelor $\overline{p}$ și $\overline{d}$ sînt asociate pentru fiecare bară în reperul de bară. În plus, elementele matricei $\overline{p}$ nu sînt independente, căci între cele 12 eforturi din capetele unei bare există 6 relații furnizate de cele 6 condiții de echilibru a barei.

Dacă sînt păstrate numai elementele independente se obține o matrice de dimensiuni $6n \times 1$, pe care o vom nota cu p.

Eforturilor independente păstrate în p li se vor asocia deplasările corespunzătoare, de obicei deplasări relative, obținîndu-se o matrice tot de dimensiuni $6n \times 1$, pe care o vom nota cu d.

Pentru structurile plane din bare, în matricele (1)...(4) unele componente dispar, micșorîndu-li-se acestora dimensiunea, astfel încît pentru întreaga structură cu N noduri și n bare cuplurile de matrici P și D, $\overline{p}$ și $\overline{d}$, p și d, vor avea respectiv dimensiunile $3N \times 1$, $6n \times 1$ și $3n \times 1$.

2. Relații generale între matrice

Într-un calcul static de orice ordin a structurilor din bare trebuie satisfăcute următoarele trei condiții :

a) Condiția de echilibru static, numită și condiție de compatibilitate statică, care exprimă faptul că forțele exterioare aplicate într-un nod echilibrează eforturile care apar în capetele barelor ce concură în nodul respectiv. Pentru întreaga structură, atunci cînd echilibrul se scrie pe forma deformată a acesteia, condiția de compatibilitate statică se va traduce printr-o legătură între matricele P, p, și D, care sub forma cea mai generală, folosind funcții cu argument matriceal, este :

$$P = P(p, D), \tag{5}$$

ceea ce înseamnă că fiecare componentă a lui P este funcție de unele componente ale lui p și D. Efectul lui D în relația (5) este dublu, căci pe de o parte modifică direcția și mărimea componentelor lui p și pe de altă parte componentele lui de translație modifică brațele de pîrghie ale componentelor transversale ale lui P.

Dacă echilibrul se scrie pe structura nedeformată sau se folosește matricea cu elemente dependente $\bar{p}$, atunci condiția de echilibru static se scrie sub forma unei transformări liniare între reperele de bare și reperul de cadru, care cel mai convenabil se exprimă prin matrice cu elemente constante de dimensiune $6N \times 6n$ și respectiv $6N \times 12n$:

$$P = Ap, \tag{6}$$

$$P = \bar{A}\bar{p} \tag{7}$$

b) Condiția de compatibilitate geometrică, care exprimă faptul că deplasările capetelor de bare ce concură într-un nod sînt compatibile cu deplasările nodului respectiv. Pentru întreaga structură condiția de compatibilitate a deplasărilor se traduce printr-o legătură între matricele d și D, care sub forma cea mai generală, atunci cînd se ține seama de variația geometriei structurii prin deformare, este :

$$d = d(D), \tag{8}$$

ceea ce înseamnă că fiecare componentă a lui d este funcție de anumite componente ale lui D.

Dacă se neglijează variația geometriei structurii prin deformare sau se folosește matricea cu elemente dependente $\bar{d}$, atunci relația de compatibilitate geometrică se exprimă cel mai convenabil prin matrice cu elemente constante de dimensiuni $6n \times 6N$ și respectiv $12n \times 6N$, anume :

$$d = BD \tag{9}$$

$$\bar{d} = \bar{B}D. \tag{10}$$

Prin examinare directă a matricelor respective sau cu ajutorul teoremei lucrului mecanic virtual, se poate arăta că sînt satisfăcute următoarele egalități matriceale :

(11) $B = A^*$, (12) $\bar{B} = \bar{A}^*$,

unde prin asterisc s-a notat operația matriceală de transpunere.

c) Condiția fizică care ține seama de proprietățile materialului din bare și stabilește o legătură între eforturile din capetele acestora și deplasările respective (se mai numește relație de rigiditate a barelor).

Cînd se ține seama de influența exercitată de deformarea structurii asupra eforturilor din capetele barelor, relația de rigiditate a barelor pentru întreaga structură, sub forma cea mai generală, va fi :

(13) $p = p\ (d)$, (14) $\bar{p} = \bar{p}\ (\bar{d})$,

după cum se folosesc matricele cu elemente independente, respectiv dependente. Aceste relații pun în evidență faptul că elementele matricelor p și $\bar{p}$ sînt funcții de unele din elementele matricelor d respectiv $\bar{d}$.

Dacă se neglijează influența deformării structurii asupra eforturilor din capetele barelor (bare liniar elastice) atunci relația de rigiditate a barelor se va exprima cel mai convenabil prin matrice cu elemente constante de dimensiune $6n \times 6n$ respectiv $12n \times 12n$, după cum se folosesc matricele cu elemente independente sau dependente :

(15) $p = kd$, (16) $\bar{p} = \bar{k}\,\bar{d}$.

Pentru structurile plane dimensiunile matricelor (6), (7), (9), (15) și (16) se vor reduce în mod corespunzător.

3. Teorii de calcul static

Pentru rezolvarea unei structuri din bare se folosesc în general două metode : metoda deplasărilor, cînd se aleg drept necunoscute principale deplasările nodurilor D, și metoda forțelor, cînd se aleg drept necunoscute principale forțele de legătură cuprinse în P.

Se pare însă că metoda deplasărilor este mai convenabilă atunci cînd se intenționează a se ține seama în calcul de variația geometriei structurii prin deformare și de aceea în cele ce urmează ne vom ocupa de această metodă. Relațiile de compatibilitate statică și geometrică și relația de rigiditate a barelor constituie cele trei transformări care aplicate succesiv furnizează legătura dintre sarcinile exterioare P și deplasările nodurilor D, legătură exprimată printr-un sistem de $6N$ ecuații liniare sau neliniare.

Dacă structura este stabilă sistemul de ecuații este rezolvabil și soluția lui împreună cu relația de rigiditate a barelor și cea de compatibilitate geometrică, stabilesc legătura dintre eforturile din capetele barelor și forțele exterioare, legătură care prezintă soluția problemei de calcul al structurilor.

Dacă sistemul de ecuații nu este rezolvabil, atunci condiția ca structura să se găsească în echilibru indiferent, adică starea ei de deformare să fie nedefinită, constituie relația din care se determină încărcarea exterioară corespunzătoare acestei stări, care se numește încărcare critică.

Dacă variația geometriei structurii prin deformare se neglijează în relațiile de compatibilitate statică, geometrică și de rigiditate a barelor și dacă se neglijează efectul eforturilor axiale, se spune că structura se rezolvă printr-o teorie de ordinul I.

În acest caz, dacă se folosesc matricele cu elemente independente, din relațiile (6), (15), (9) și (11) se obține sistemul de ecuații :

$$P = Ap = AkBD = AkA^*D = KD, \tag{17}$$

unde s-a notat :

$$K = AkA^*. \tag{18}$$

Aici K este o matrice pătratică, simetrică, cu elemente constante, de dimensiune $6N \times 6N$ și care se numește matricea de rigiditate a structurii.

Dacă structura este stabilă matricea K este nesingulară și relația (17) este inversabilă obținînd astfel deplasările nodurilor :

$$D = K^{-1}P = FP, \tag{19}$$

unde prin F s-a notat matricea de flexibilitate a structurii.

Dacă se folosesc matricele cu elemente dependente $\bar{p}$ și $\bar{d}$ sistemul de ecuații din metoda deplasărilor, pentru teoria de ordinul I, se obține din relațiile (7), (16), (10) și (12) :

$$P = \bar{A}\bar{p} = \bar{A}\bar{k}\bar{B}D = \bar{A}\bar{k}\bar{A}^*D = KD, \tag{20}$$

unde s-a notat :

$$K = \bar{A}\bar{k}\bar{A}^*. \tag{21}$$

Din cele de mai sus se observă că într-o teorie de ordinul I matricea de rigiditate a structurii, respectiv sistemul de ecuații din metoda deplasărilor, se poate obține pe două căi, dar evident calea urmată în relațiile (21) și (20) este mai laborioasă din punct de vedere al calculului.

Eforturile din capetele barelor se află din relațiile (15), (9), (11) și (19) sau (16), (10), (12) și (19) :

$$p = kd = kBD = kA^*D = kAFP, \tag{22}$$

$$\bar{p} = \bar{k}\bar{d} = \bar{k}BD = \bar{k}\bar{A}^*D = \bar{k}\bar{A}^*FP. \tag{23}$$

Dacă variația geometriei structurii prin deformare nu este neglijată, cel puțin în una dintre cele trei relații, de compatibilitate statică, geometrică și de rigiditate a barelor, se spune că structura se rezolvă printr-o teorie de ordinul II. După modul în care se ține seama de variația geometriei structurii și de influența eforturilor axiale, simultan în toate cele trei relații, în cîte două relații, sau numai în cîte una, se disting 6 cazuri posibile ale teoriei de ordinul II.

C a z u l I. Variația geometriei structurii este luată în considerație în toate cele trei relații simultan. În acest caz, prin aplicarea succesivă a relațiilor (5), (13) și (8), dacă se folosesc matricele cu elemente independente, sau (7), (14), (10) și (12), atunci cînd se folosesc cele cu elemente dependente, se va obține următorul sistem de ecuații neliniare :

$$P = P(p, D) = P(p\,(d), D) = P(p\,(d\,(D)), D), \tag{24}$$

$$P = \bar{A}\bar{p} = \bar{A}\bar{p}(\bar{d}) = \bar{A}\bar{p}(\bar{B}D) = \bar{A}\bar{p}(\bar{A}^{*}D). \tag{25}$$

Dacă structura este stabilă relațiile (24) și (25) sînt inversabile și se obțin astfel deplasările nodurilor :

$$D = D(P). \tag{26}$$

Relația (26) împreună cu relațiile (13) și (8) sau (14), (10) și (12) furnizează eforturile din capetele barelor :

$$p = p\,(d) = p\,(d\,(D)) = p\,(d\,(D\,(P))), \tag{27}$$

$$\bar{p} = \bar{p}\,(\bar{d}) = \bar{p}\,(\bar{B}D) = \bar{p}\,(\bar{A}^{*}D) = \bar{p}(\bar{A}^{*}D(P)). \tag{28}$$

C a z u l II. De variația geometriei structurii se ține seama numai în relațiile de compatibilitate statică și geometrică în timp ce barele se consideră liniar elastice. Din relațiile (5), (15) și (8), dacă se folosesc matricele cu elemente independente, sau (7), (16), (10) și (12), dacă se folosesc cele cu elemente dependente, se vor obține următoarele sisteme de ecuații din metoda deplasărilor :

$$P = P(p,D) = P\,(kd,D) = P\,(kd\,(D),D), \tag{29}$$

$$P = \bar{A}\bar{p} = \bar{A}\bar{k}\,\bar{d} = \bar{A}\bar{k}\bar{B}D = \bar{A}\bar{k}\bar{A}^{*}D = KD. \tag{30}$$

Sistemul de ecuații (30) are mai multe ecuații și necunoscute decît sistemul (20), căci la stabilirea lui se va ține seama și de efectul eforturilor axiale. Prin inversarea relațiilor (29) sau (30) se obțin deplasările nodurilor, care împreună cu relațiile (15) și (8) sau (16), (10) și (12), furnizează eforturile din capetele barelor.

C a z u l III. Variația geometriei structurii este considerată numai în relația de compatibilitate statică și în cea de rigiditate a barelor, în timp ce condiția de compatibilitate geometrică este cea liniară. În acest caz din relațiile (5), (13), (9) și (11), cînd se folosesc matrice cu elemente independente, sau (7), (14), (10) și (12), cînd se folosesc cele cu elemente dependente, se obțin următoarele sisteme de ecuații :

$$P = P\,(p,D) = P\,(p\,(d),D) = P\,(p\,(BD),D) = P\,(p\,(A^{*}D),D), \tag{31}$$

$$P = \bar{A}\bar{p} = \bar{A}\bar{p}\,(\bar{d}) = \bar{A}\bar{p}\,(\bar{B}D) = \bar{A}\bar{p}\,(\bar{A}^{*}D). \tag{32}$$

Inversele acestor relații, împreună cu (13), (9) și (11) sau (14), (10) și (12) permit determinarea eforturilor din capetele barelor.

C a z u l IV. Numai în condiția de compatibilitate geometrică și în relația de rigiditate a barelor se va ține seama de variația geometriei structurii în timp ce condiția de echilibru static este cea liniară. În acest caz din relațiile (6), (13) și (8), cînd se folosesc matricele cu elemente independente, se va obține sistemul de ecuații :

$$P = Ap = Ap(d) = Ap(d(D)). \tag{33}$$

Folosirea matricelor cu elemente dependente conduce la cazul III.

Inversa relației (33), împreună cu relațiile (13) și (8), furnizează eforturile din capetele barelor.

C a z u l V. Se va ține seama de variația geometriei structurii numai în condiția de compatibilitate statică iar relația de compatibilitate geometrică și relația de rigiditate a barelor vor fi cele liniare. În acest caz din relațiile (5), (15), (9) și (11), cînd se folosesc matrice cu elemente independente, se va obține sistemul de ecuații :

$$P = P(p,D) = P(kd,D) = P(kBD,D) = P(kA^*D,D). \tag{34}$$

Prin inversarea relației (34) se obțin deplasările și apoi cu ajutorul relațiilor (15), (9) și (11) se determină eforturile din capetele barelor.

Folosirea matricelor cu elemente dependente conduce la cazul II.

C a z u l VI. De variația geometriei structurii se va ține seama numai în condiția de compatibilitate geometrică, iar relațiile de compatibilitate statică și de rigiditate a barelor sînt liniare.

Folosind matricele cu elemente independente, din relațiile (6), (15) și (8) rezultă sistemul de ecuații :

$$P = Ap = Akd = Akd(D). \tag{35}$$

Inversa relației (35), împreună cu relațiile (15) și (8), permit determinarea eforturilor din capetele barelor.

Folosirea matricelor cu elemente dependente conduce la cazul II, deja studiat.

S-ar putea construi teorii de ordinul III, IV etc. dezvoltînd cele trei relații, de compatibilitate statică, geometrică și de rigiditate a barelor, (5), (8) și (13), în serii Taylor de mai multe variabile și reținînd numărul de termeni necesari.

Primită la 19 iulie 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de statică și rezistență

BIBLIOGRAFIE

1. A b s i E. *Calcul des Structures.* Ann. de l'Inst. Techn. du Bâtiment et des Trav. Publ., *252* (1968).
2. A r g y r i s J. H., *Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis.* Progress in Aeron. Sci., 4, Pergamon Press (1964).

3. Asplund S. O., *Structural Mechanics. Classical and Matrix Methods.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1966.
4. Gheorghiu Al., *Statica Construcțiilor.* Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1959.

GÉNÉRALISATION DES THÉORIES DU CALCUL DES STRUCTURES DANS LA MÉTHODE DES DÉPLACEMENTS

(Résumé)

On présente sous une forme toute générale, en employant des fonctions avec argument matriciel, les conditions qui doivent être prises en considération dans le calcul statique des structures. Par la voie proposée on peut étudier tous les cas possibles qui se rencontrent dans les théories du premier et second ordre, et toutefois on peut envisager la possibilité d'aborder les théories d'ordre supérieur.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.1; 539.3

TASAREA UNUI TEREN ELASTIC OMOGEN ȘI IZOTROP TRANSVERSAL SUB O FUNDAȚIE ELASTICĂ ÎN FORMĂ DE FÎȘIE, ÎNCĂRCATĂ CU O SARCINĂ UNIFORMĂ *)

DE

AL. EFTIMIE

1. Introducere

În lucrările [1], [2] s-a studiat starea de tensiuni și deplasările în cazul terenurilor de fundație transversal izotrope, sub acțiunea unei sarcini uniforme, repartizată pe fîșie elastică.

În această Notă se vor stabili relații care furnizează mărimea deformației verticale (tasarea) în funcție de mărimea deplasărilor verticale ale punctelor, pentru terenul de fundație transversal izotrop, sub acțiunea unei sarcini distribuite uniform pe o suprafață elastică în formă de fîșie.

2. Suprafața semispațiului elastic omogen și transversal izotrop, încărcată cu o sarcină de intensitate p, uniform repartizată în lungul axei Ox pe suprafața planului de separație

Deformația verticală (tasarea) unui strat între punctele A' și A (fig. 1) rezultă din diferența deplasărilor verticale a celor două puncte:

$$T_{AA'} = w_{A'} - w_A. \tag{1}$$

Expresiile deplasărilor verticale ale punctelor A' și A, stabilite în lucrarea [2], au forma:

$$w_{A'} = \frac{p}{\pi E}(1 - \nu_2\nu_3)\left(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}\right)\ln\frac{y}{a}, \tag{2}$$

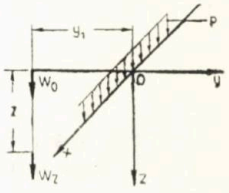


Fig. 1

*) Prezentată la sesiunea științifică a Institutuiui politehnic din Cluj, 22–24 decembrie 1969.

$$w_A = \frac{p}{2\pi nE}\left(\frac{n}{2}(1-\nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\left\{\ln\frac{1}{a^4}\left[\frac{z^4}{\alpha\beta}+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)z^2y^2+y^4\right]-\right.\right.$$

(3)

$$\left.\left.-\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}\ln\frac{y^2+z^2/\alpha}{y^2+z^2/\beta}\right\}-n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\ln\frac{y^2+z^2/\alpha}{y^2+z^2/\beta}\right),$$

în care $n = E_H/E_V = \nu_2/\nu_3$; ν_1, ν_2, ν_3 sînt caracteristicile elastice care pun în evidență anizotropia terenului, iar α și β — doi coeficienți de elasticitate exprimați în funcție de caracteristicile elastice anizotrope [1].

Ținînd seama de (2), (3) expresia (1) a tasării capătă forma:

$$T_{AA'} = w_{A'} - w_A = -\frac{p}{2\pi nE}\left\{\frac{n}{2}(1-\nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\times\right.$$

(4)

$$\left.\times\left[\ln\frac{z^4/\alpha\beta+(1/\alpha+1/\beta)z^2y^2+y^4}{y^4}-\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}\ln\frac{y^2+z^2/\alpha}{y^2+z^2/\beta}\right]-\right.$$

$$\left.-n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\ln\frac{y^2+z^2/\alpha}{y^2+z^2/\beta}\right\}.$$

Pentru $n = 3$ și $\nu = 0{,}3$ se obțin coeficienții de elasticitate α și β, cu formulele stabilite în lucrarea [1] iar cu ajutorul relației (4) rezultă că tasarea unui strat de 2 m grosime ($z = 2$ m) la distanța $y = 1$ m de axa Ox, pe care acționează sarcina, este:

$$T_{AA'} = 0{,}50\,\frac{p}{\pi E}.$$

În ipoteza izotropiei, aplicînd formula lui Michell [3]:

$$T_{AA'} = w_{A'} - w_A = \frac{p}{\pi E}\left[(1-\nu^2)\ln\frac{y^2+z^2}{y^2}-(1+\nu)\frac{z^2}{y^2+z^2}\right],$$

rezultă

$$T_{AA'} = 0{,}70\,\frac{p}{\pi E}.$$

Se observă că, pentru datele luate în considerație, diferența între tasările calculate în cele două ipoteze este de 28,5%.

Deci, pentru grade de anizotropie $n>1$, tasarea calculată, în ipoteza semispațiului transversal izotrop, este mai mică decît aceea calculată în ipoteza semispațiului izotrop, diferența depinzînd mai mult de valoarea gradului de anizotropie și mai puțin de valoarea coeficientului lui Poisson.

3. Suprafață elastică în formă de fîșie încărcată cu o sarcină uniformă

În cazul semispațiului elastic omogen și transversal izotrop, încărcat cu o sarcină distribuită uniform pe o fîșie elastică de lungime foarte mare în comparație cu lățimea $2b$, se vor stabili expresii ale tasării în punctele aflate sub fîșie și în afara fîșiei.

a) *Punct mijlociu.* Elementul de sarcină $dp = p\,dy$ (fig. 2), conform formulei (2), va produce în punctul O deplasarea verticală

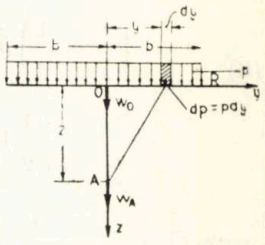


Fig. 2

$$dw_0 = \frac{p}{\pi E}(1 - \nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) \ln \frac{y}{a}\, dy.$$

Aplicînd principiul suprapunerii efectelor, pentru toată lățimea fîșiei se obține :

$$w_0 = \frac{2p}{\pi E}\int_0^b (1 - \nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) \ln \frac{y}{a}\, dy = \frac{2bp}{\pi E}(1 - \nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})\left(\ln \frac{b}{a} - 1\right).$$

Deplasarea verticală a punctului A, aflat la adîncimea z pe verticala punctului O, ținînd seama de relația (3), va rezulta :

$$w_A = 2\int_0^b \frac{p}{2\pi nE}\left(\frac{n}{2}(1 - \nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})\left\{\ln \frac{1}{a^4}\left[\frac{z^2}{\alpha\beta} + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)z^2y^2 + y^4\right] - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\beta + \alpha}{\beta - \alpha} \ln \frac{y^2 + z^2/\alpha}{y^2 + z^2/\beta}\right\} - n\nu_3(1 + \nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta} - \sqrt{\alpha}} \ln \frac{y^2 + z^2/\alpha}{y^2 + z^2/\beta}\right) dy,$$

sau după efectuarea calculelor :

$$w_A = \frac{p}{\pi nE}\left(\frac{n}{2}(1 - \nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})\left\{b \ln \frac{1}{a^4}\left[\frac{z^4}{\alpha\beta} + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)b^2z^2 + b^4\right] - \right.\right.$$

$$\left. - 4b + 2z\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\alpha}}{z}\, b + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\beta}}{z}\, b\right)\right\} - \tag{5}$$

$$- \left[\frac{\beta + \alpha}{\beta - \alpha} + n\nu_3(1 + \nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta} - \sqrt{\alpha}}\right]\left[b \ln \frac{b^2 + z^2/\alpha}{b^2 + z^2/\beta} + \right.$$

$$\left.\left. + 2z\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\alpha}}{z}\, b - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\beta}}{z}\, b\right)\right]\right).$$

Diferența deplasărilor verticale ale punctelor O și A va reprezenta deformația verticală (tasarea) stratului de grosime z între cele două puncte, adică :

$$T_{OA}=w_O-w_A=\frac{2bp}{\pi nE}\left(\frac{n}{4}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\left\{\ln\frac{1}{b^4}\left[\frac{z^4}{\alpha\beta}+\right.\right.\right.$$

$$+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)b^2z^2+b^4\Big]+2\frac{z}{b}\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}b+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}b\right)\Big\}+ \tag{6}$$

$$+\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{b^2+z^2/\alpha}{b^2+z^2/\beta}+\frac{z}{b}\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}b-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}b\right)\right]+$$

$$\left.+n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{b^2+z^2/\alpha}{b^2+z^2/\beta}+\frac{z}{b}\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}b-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}b\right)\right]\right).$$

Cu notațiile :

$$\xi=\frac{y}{b},\quad \tau=\frac{z}{b},\quad Q=2bp \tag{7}$$

rezultă :

$$T_{OA}=\frac{Q}{\pi nE}\left(\frac{n}{4}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\left\{\ln\left[\frac{\tau^4}{\alpha\beta}+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\tau+1\right]+\right.\right.$$

$$\left.+2\tau\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{\tau}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{\tau}\right)\right\}+$$

$$+\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{1+\tau^2/\alpha}{1+\tau^2/\beta}+\tau\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{\tau}-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{\tau}\right)\right]+ \tag{8}$$

$$\left.+n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{1+\tau^2/\alpha}{1+\tau^2/\beta}+\tau\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{\tau}-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{\tau}\right)\right]\right).$$

Grupînd convenabil termenii, rezultă :

$$T_{OA}=\frac{Q}{\pi nE}(T_\alpha-T_\beta),$$

în care :

$$T_\alpha = \frac{1}{2}\left[\frac{n}{2}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}) + \frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha} + n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right]\ln\left(1+\frac{\tau^2}{\alpha}\right) +$$

$$+\left[\frac{n}{2}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}) + \frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha} + \nu_2(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right]\frac{\tau}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{\tau},$$

$$T_\beta = \frac{1}{2}\left[\frac{n}{2}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}) - \frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha} - n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right]\ln\left(1+\frac{\tau^2}{\beta}\right) +$$

$$+\left[\frac{n}{2}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}) - \frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha} - \nu_2(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right]\frac{\tau}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{\tau}.$$

Se introduc notațiile:

$$(9)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{2}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}) + \dfrac{1}{n}\left[\dfrac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha} + \dfrac{n\nu_3(1+\nu_1)}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right] = C_1, \\ \dfrac{1}{2}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}) - \dfrac{1}{n}\left[\dfrac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha} + \dfrac{n\nu_3(1+\nu_1)}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right] = C_2, \end{cases}$$

în care intervin numai caracteristicile elastice anizotrope ale terenului de fundație, și se definesc funcțiile:

$$(10)\qquad \begin{cases} f_{1\alpha}(0,\tau) = \dfrac{1}{\pi}\ln\left(1+\dfrac{\tau^2}{\alpha}\right), \qquad f_{2\alpha}(0,\tau) = \dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\tau}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\alpha}}{\tau}, \\ f_{1\beta}(0,\tau) = \dfrac{1}{\pi}\ln\left(1+\dfrac{\tau^2}{\beta}\right), \qquad f_{2\beta}(0,\tau) = \dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\tau}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\beta}}{\tau}. \end{cases}$$

Cu notațiile (9) și funcțiile (10), expresia (8) a tasării capătă forma:

$$(11)\qquad T_{OA} = \frac{Q}{E}\left[\frac{1}{2}C_1 f_{1\alpha}(0,\tau) + C_1 f_{2\alpha}(0,\tau) + \frac{1}{2}C_2 f_{1\beta}(0,\tau) + C_2 f_{2\beta}(0,\tau)\right].$$

Făcînd $z=\infty$, rezultă $\tau=\infty$, ca și în cazul ipotezei izotropiei. Practic nu există însă zonă activă pînă la infinit și calculul se efectuează pe o adîncime limitată de zona activă.

Pentru calculul coeficienților C_1 și C_2, care sînt funcții de cei cinci parametri elastici cu ajutorul cărora se caracterizează anizotropia terenului, se pot întocmi tabele. De asemenea, pentru anumite valori, practic posibile, ale coeficienților de elasticitate α și β, se pot întocmi grafice care permit determinarea valorilor funcțiilor $f_{1\alpha}$, $f_{2\alpha}$, $f_{1\beta}$ și $f_{2\beta}$ pentru diferite rapoarte z/b.

b) *Punct în cadrul fișiei.* În conformitate cu fig. 3, y are o valoare fixă și se introduce variabila u care fixează poziția sarcinii elementare (concentrate) față de punctul a cărui deplasare urmează să fie calculată.

Elementul de sarcină este în acest [caz] $\mathrm{d}P = p\,\mathrm{d}u$. Deplasarea verticală a punctului O', ținînd seama de (2), este:

$$w_{O'} = \int_{-(b-y)}^{b+y} \left[\frac{p}{\pi E}(1-\nu_2\nu_3)\,(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\ln\frac{u}{a}\right]\mathrm{d}u,$$

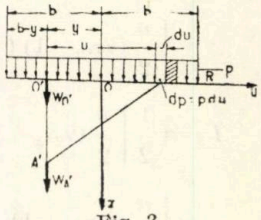


Fig. 3

sau, după efectuarea calculelor;

$$w_{O'} = \frac{p}{\pi E}(1-\nu_2\nu_3)\,(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\,\{(b+y)\,[\ln(b+y)-\ln a-1]+ \tag{12}$$
$$+\,(b-y)\,[\ln(b-y)-\ln a-1]\}.$$

Deplasarea verticală a unui punct A', aflat la adîncimea z pe verticala punctului O', ținînd seama de (3), este dată de relația:

$$w_{A'} = \int_{-(b-y)}^{b+y} \frac{p}{2\pi nE}\left(\frac{n}{2}(1+\nu_2\nu_3)\,(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\left\{\ln\frac{1}{a^4}\left[\frac{z^4}{\alpha\beta}+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)z^2u^2+u^4\right]-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}\ln\frac{u^2+z^2/\alpha}{u^2+z^2/\beta}\right\}-n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\ln\frac{u^2+z^2/\alpha}{u^2+z^2/\beta}\right)\mathrm{d}u.$$

Efectuînd calculele se obține:

$$w_{A'} = \frac{p}{4\pi E}(1-\nu_2\nu_3)\,(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\left((b+y)\left\{\ln\left[(b+y)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]+\right.\right.$$
$$+\ln\left[(b+y)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]-4\ln a\Big\}+(b+y)\left\{\ln\left[(b-y)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]+\right.$$
$$\left.\left.+\ln\left[(b-y)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]-4\ln a\right\}+8b+2z\left[\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(b+y)+\right.\right. \tag{13}$$
$$\left.\left.+\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(b-y)+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(b+y)+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(b-y)\right]\right)-$$
$$-\frac{p}{2\pi nE}\left[\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}+\frac{n\nu_3(1+\nu_1)}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right]\left((b+y)\left\{\ln\left[(b+y)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\ln\left[(b+y)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]\right\}+(b-y)\left\{\ln\left[(b-y)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]-\right.\right.$$

$$-\ln\left[(b-y)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]\Bigg\}+2z\left[\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(b+y)+\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(b-y)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(b+y)-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(b-y)\right]\Bigg). \tag{13}$$

Diferența deplasărilor verticale ale punctelor O' și A' reprezintă deformația (tasarea) stratului între aceste două puncte. Folosind în acest scop notațiile (7) și (9) și introducînd funcțiile:

$$f_{1\alpha}(\xi,\tau)=\frac{1}{\pi}(1+\xi)\ln\left[(1+\xi)^2+\frac{\tau^2}{\alpha}\right]+\frac{1}{\pi}(1-\xi)\ln\left[(1-\xi)^2+\frac{\tau^2}{\alpha}\right],$$

$$f_{2\alpha}(\xi,\tau)=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\tau}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{\tau}(1+\xi)+\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\tau}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{\tau}(1-\xi),$$

$$f_{1\beta}(\xi,\tau)=\frac{1}{\pi}(1+\xi)\ln\left[(1+\xi)^2+\frac{\tau^2}{\beta}\right]+\frac{1}{\pi}(1-\xi)\ln\left[(1-\xi)^2+\frac{\tau^2}{\beta}\right],$$

$$f_{2\beta}(\xi,\tau)=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\tau}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{\tau}(1+\xi)+\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\tau}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{\tau}(1-\xi),$$

$$f_3(\xi)=\frac{1}{\pi}(1+\xi)\ln(1+\xi)+\frac{1}{\pi}(1+\xi)\ln(1-\xi),$$

în care $\xi<1$ sau $y<b$, rezultă:

$$T_{O'A'}=w_{O'}-w_{A'}=\frac{Q}{E}\left[\frac{1}{4}C_1f_{1\alpha}(\xi,\tau)+\frac{1}{4}C_2f_{1\beta}(\xi,\tau)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}C_1f_{2\alpha}(\xi,\tau)+\frac{1}{2}C_2f_{2\beta}(\xi,\tau)-C_3f_3(\xi)\right], \tag{14}$$

unde $C_3=\frac{1}{2}(\nu_2\nu_3-1)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})$, C_1 și C_2 fiind date de (9). Pentru $y=0$, deci pentru $\xi=0$, formula (14) se particularizează regăsind formula (11) (tasarea punctului O), iar pentru $y=b$, ($\xi=1$), se obține următoarea expresie a tasării punctului de margine R:

$$T_R=\frac{Q}{E}\left[\frac{1}{4}C_1f_{1\alpha}(1,\tau)+\frac{1}{4}C_2f_{1\beta}(1,\tau)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}C_1f_{2\alpha}(1,\tau)+\frac{1}{2}C_2f_{2\beta}(1,\tau)-C_1f_3(1)\right], \tag{15}$$

unde:

$$f_{1\alpha}(1,\tau)=\frac{2}{\pi}\ln\left(4+\frac{\tau^2}{\alpha}\right),\quad f_{1\beta}(1,\tau)=\frac{2}{\pi}\ln\left(4+\frac{\tau^2}{\beta}\right),$$

$$f_{2\alpha}(1,\tau)=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\tau}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{\alpha}}{\tau},\quad f_{2\beta}(1,\tau)=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\tau}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{\beta}}{\tau},\quad f_3(1)=\frac{2}{\pi}\ln 2.$$

Cu diferite valori practic posibile ale coeficienților de elasticitate α și β și pentru diferite rapoarte $y/b<1$ și z/b, se pot construi grafice de variație a funcțiilor care intervin în structura relațiilor (14) și (15).

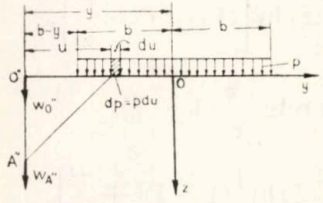


Fig. 4

c) *Punct în afara fîșiei.* Dacă se ține seama de fig. 4 elementul de sarcină este acum $dP=p\,du$ și conform cu formula (2), deplasarea verticală a punctului O'' din afara cadrului fîșiei va fi:

$$w_{O''}=\int_{y-b}^{y+b}\left[\frac{p}{\pi E}(1-\nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\ln\frac{u}{a}\right]du,$$

sau după efectuarea calculelor,

$$w_{O''}=\frac{p}{\pi E}(1-\nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\{(b+y)[\ln(b+y)-\ln a-1]-$$
$$-(y-b)[\ln(y-b)-\ln a-1]\}. \tag{16}$$

Deplasarea verticală a unui punct A'', aflat la adîncimea z pe verticala punctului O'', va fi, ținînd seama de relația (3):

$$w_{A''}=\int_{y-b}^{y+b}\frac{p}{2\pi nE}\left(\frac{n}{2}(1+\nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\left\{\ln\frac{1}{a^4}\left[\frac{z^4}{\alpha\beta}+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)z^2u^2+u^4\right]-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}\ln\frac{u^2+z^2/\alpha}{u^2+z^2/\beta}\right\}-n\nu_3(1+\nu_1)\frac{1}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\ln\frac{u^2+z^2/\alpha}{u^2+z^2/\beta}\right)du.$$

Efectuînd calculele, se obține

$$w_{A''}=\frac{p}{4\pi E}(1-\nu_2\nu_3)(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\left((y+b)\left\{\ln\left[(y+b)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]+\right.\right.$$
$$+\ln\left[(y+b)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]-4\ln a\Big\}+(y+b)\left\{\ln\left[(y-b)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]+\right. \tag{17}$$
$$\left.\left.+\ln\left[(y-b)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]-4\ln a\right\}+8b+2z\left[\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(y+b)-\right.\right.$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(y-b)+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(y+b)-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(y-b)\Bigg]\Bigg)-\\
&-\frac{p}{2\pi nE}\left[\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}+\frac{n\nu_3(1+\nu_1)}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}}\right]\Bigg((y+b)\left\{\ln\left[(y+b)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]-\right.\\
&\qquad\left.-\ln\left[(y+b)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]\right\}-(y-b)\left\{\ln\left[(y-b)^2+\frac{z^2}{\alpha}\right]-\right.\\
&\qquad\left.-\ln\left[(y-b)^2+\frac{z^2}{\beta}\right]\right\}+2z\left[\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(y+b)-\right.\\
&\left.-\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\alpha}}{z}(y-b)-\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(y+b)+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\beta}}{z}(y-b)\right]\Bigg).
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Urmează că tasarea stratului cuprins între punctele O'' și A'', cu notațiile (7), va fi:

$$
\begin{aligned}
T_{O''A''}=w_{O''}-w_{A''}=\frac{Q}{E}\Bigg[&\frac{1}{4}C_1f_{1\alpha}(\xi,\tau)+\frac{1}{4}C_2f_{1\beta}(\xi,\tau)+\\
&+\frac{1}{2}C_1f_{2\alpha}(\xi,\tau)+\frac{1}{2}f_{2\beta}(\xi,\tau)+C_3f_3(\xi)\Bigg],
\end{aligned}
\tag{18}
$$

în care C_1, C_2, C_3 au aceleași semnificații ca în cazul precedent iar:

$$
\begin{cases}
f_{1\alpha}(\xi,\tau)=\dfrac{1}{\pi}(\xi+1)\ln\left[(\xi+1)^2+\dfrac{\tau^2}{\alpha}\right]-\dfrac{1}{\pi}(\xi-1)\ln\left[(\xi-1)^2+\dfrac{\tau^2}{\alpha}\right],\\
f_{2\alpha}(\xi,\tau)=\dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\tau}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\alpha}}{\tau}(\xi+1)-\dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\tau}{\sqrt{\alpha}}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\alpha}}{\tau}(\xi-1),\\
f_{1\beta}(\xi,\tau)=\dfrac{1}{\pi}(\xi+1)\ln\left[(\xi+1)^2+\dfrac{\tau^2}{\beta}\right]-\dfrac{1}{\pi}(\xi-1)\ln\left[(\xi-1)^2+\dfrac{\tau^2}{\beta}\right],\\
f_{2\beta}(\xi,\tau)=\dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\tau}{\sqrt{\beta}}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\beta}}{\tau}(\xi+1)-\dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{\tau}{\sqrt{\beta}}\operatorname{artcg}\dfrac{\sqrt{\beta}}{\tau}(\xi-1),\\
f_3(\xi)=\dfrac{1}{\pi}(\xi+1)\ln(\xi+1)-\dfrac{1}{\pi}(\xi-1)\ln(\xi-1),
\end{cases}
\tag{19}
$$

în care $\xi>1$, $(y>b)$.

Pentru $y=b$, deci $\xi=1$, se regăsește din (19) formula (15), pentru tasarea în punctul de margine R.

Și în acest ultim caz, pentru valorile practic posibile ale coeficienților de elasticitate α și β și cu diferite rapoarte $y/b > 1$, z/b, se pot construi grafice pentru determinarea funcțiilor care intervin în componența relației (18).

După cum era de așteptat, calculele numerice au scos în evidență faptul că pentru grade de anizotropie $n > 1$, tasările sînt mai mici decît cele calculate în ipoteza izotropiei.

Diferența dintre tasările calculate în cele două ipoteze, avînd în considerație că gradul de anizotropie are practic o valoare mai mică decît 3, nu va depăși 35%, calculele fiind efectuate cu aproximația referitoare la valorile coeficientului lui Poisson pe care am admis-o în lucrarea [1].

Primită la 22 aprilie 1970

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de statică și rezistență

BIBLIOGRAFIE

1. Eftimie Al., *État de tensions d'un terrain de fondation à anisotropie transversale dans le cas du problème plan.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIV (XVIII)**, *3—4*, 603—612 (1968).
2. Eftimie Al., Botez G., *Déplacements des points du demi-espace transversal anisotrope au cas du problème des déformations planes.* Bul. Inst. polit. Iași, **XV (XIX)**, *1—2*, s. V, 44—50 (1969).
3. Michell J. H., *Elementary Distribution of Plane Stress.* Math. Soc. Proc., **XXXII** (1900).
4. Fischer K., *Beispiele zur Bodenmechanik.* Verlag Wilhelm Ernst Sohn, Berlin-München, 1965.

THE SETTLEMENTS OF THE ELASTIC HOMOGENOUS AND CROSS-ANISOTROPIC SOIL UNDER THE ACTION OF A CONTINUOUS ELASTIC FOUNDATION UNIFORMELY LOADED

(Summary)

Computing formulas of the settlements of cross-anisotropic soils under action of continuous elastic foundations uniformely loaded are established.

In this order, previously stated expresions for stresses and for vertical displacements of points are employed [1], [2].

One states that for supraunitary anisotropic degrees ($n > 1$) the computed settlements are smaller than those from the isotropy assumption ($n = 1$), the effect depending on the value of anisotropy degree very little on the value of Poisson's ratio.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. D. 624.1 ; 539.3

UNE MÉTHODE NUMÉRIQUE DE CALCUL DES POUTRES ET DES PLAQUES APPUYÉES SUR UN MILIEU ÉLASTIQUE, HOMOGÈNE ET ISOTROPE

PAR

N. UNGUREANU et IULIAN IONESCU

1. Introduction

Les poutres et les plaques appuyées sur terrain sont des éléments employés couramment dans les constructions, leur étude étant très développée. Dans l'étude de ces éléments on adopte plus fréquemment pour les terrains de fondation les modèles de calcul proposés par Winkler [1] et par Boussinesq [2].

La littérature technique présente de nombreuses solutions concernant le calcul des poutres et des plaques, prenant en considération l'hypothèse de Winkler ; mais pour le cas où le terrain est considéré espace semi-indéfini élastique, homogène et isotrope [2], les solutions obtenues jusqu'à présent sont limitées, même celles qui sont approximatives.

Dans ce qui suit, ayant en vue l'utilisation des ordinateurs dans l'établissement des projets, on présente une méthode de résolution des poutres et des plaques sur un espace semi-indéfini élastique, homogène et isotrope, en employant une combinaison entre les équations aux différences finies et une matrice de flexibilité qui caractérise le milieu d'appui.

2. Poutres de rigidité finie

Le problème peut être abordé en partant de l'équation différentielle de l'axe déformée de la poutre :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(EI_z \frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2}\right) = q(x) - p(x)\,, \tag{1}$$

ou bien, dans le cas des poutres à section constante :

$$EI_z \frac{\mathrm{d}^4 w}{\mathrm{d}x^4} = q(x) - p(x)\,, \tag{1'}$$

où E est le module d'élasticité de la poutre, I_z—le moment d'inertie de la section transversale, w—la flèche de la poutre, $q(x)$ — l'intensité de la charge distribuée, appliquée sur la poutre, et $r(x)$ — la réaction du milieu d'appui.

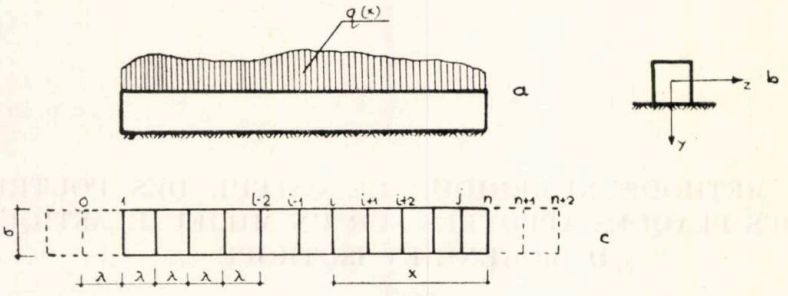


Fig. 1

On considère d'abord la poutre à section constante; on réalise une division de la poutre avec le pas constant égal à λ et on transcrit l'équation (1′) en différences finies dans ces points :

$$(2)\quad \begin{cases} w_{-1} - 4w_0 + 6w_1 - 4w_2 + w_3 + \dfrac{r_1\lambda^4}{EI} = \dfrac{q_1\lambda^4}{EI}, \\ w_0 - 4w_1 + 6w_2 - 4w_3 + w_4 + \dfrac{r_2\lambda^4}{EI} = \dfrac{q_2\lambda^4}{EI}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ w_{i-2} - 4w_{i-1} + 6w_i - 4w_{i+1} + w_{i+2} + \dfrac{r_i\lambda^4}{EI} = \dfrac{q_i\lambda^4}{EI}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

En utilisant les conditions à la limite, on élimine les valeurs w qui sont hors de la poutre.

Si, par exemple, les deux bouts sont libres on met les conditions suivantes :

$$(a)\quad \begin{cases} x = 0 & EI\dfrac{d^2w}{dx^2} = -M = 0 \rightarrow w_0 = 2w_1 - w_2,\ w_{n+1} = 2w_n - w_{n-1}; \\ x = l & EI\dfrac{d^3w}{dx^3} = -T = 0 \rightarrow w_{-1} = 4(w_1 - w_2) + w_3; \\ & \qquad\qquad w_{n+2} = 4(w_n - w_{n-1}) + w_{n-2}. \end{cases}$$

Il en résulte un nombre n d'inconnues w, les flèches dans les points de division, et n inconnues r, les intensités des réactions dans les mêmes points de division. Évidemment le nombre des équations est n, tandis que le nombre des inconnues est $2n$. Mais les déformations w_i sont une conséquence des pressions qui apparaissent sur la surface de contact entre la poutre et le milieu.

En considérant le cas le plus simple, lorsque r_i sont uniformément distribuées d'une part et de l'autre d'un point de division, situées aux distances λ, et seulement aux bouts à la distance $\lambda/2$, on peut écrire des relations de liaison entre les flèches w_i et les réactions r_i, ayant la forme :

$$(3)\quad \begin{cases} w_1 = \beta^*_{11} r_1 + \beta^*_{12} r_2 + \ldots + \beta^*_{1n} r_n = \beta_{11} R_1 + \beta_{12} R_2 + \ldots + \beta_{1n} R_n, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ w_i = \beta^*_{i1} r_1 + \beta^*_{i2} r_2 + \ldots + \beta^*_{in} r_n = \beta_{i1} R_1 + \beta_{i2} R_2 + \ldots + \beta_{in} R_n, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ w_n = \beta^*_{n1} r_1 + \beta^*_{n2} r_2 + \ldots + \beta^*_{nn} r_n = \beta_{n1} R_1 + \beta_{n2} R_2 + \ldots + \beta_{nn} R_n; \end{cases}$$

ici

$$R_1 = r_1 \lambda/2,\ R_2 = r_2 \lambda,\ \ldots,\ R_i = r_i \lambda,\ \ldots,\ R_n = r_n \lambda/2,$$

d'où il en résulte immédiatement des relations entre β^* et β.

La résolution des systèmes d'équations simultanées (2) et (3) conduit à la solution du problème. Ces systèmes peuvent être écrits sous la forme matricielle :

$$(4)\qquad AW + \Lambda R = Q, \qquad (5)\qquad BR = W.$$

Tenant compte des conditions à la limite (a), la matrice A a la forme du tableau 1, étant symétrique.

Tableau 1

	1	2	3	4	5	...	...	...	$n-2$	$n-1$	n
1	1	−2	1	0	0	0			0	0	0
2		5	−4	1	0	0			0	0	0
3			6	−4	1	1			0	0	0
4				6	−4				0	0	0
5					6						
⋮											
$n-2$									6	−4	1
$n-1$										5	−2
n											1

En considérant comme inconnues $R_1, R_2, \ldots, R_n$, alors la matrice diagonale Λ, dans le cas des poutres à section constante, a des composantes égales, pouvant être considérée une grandeur scalaire, λ^3/EI.

Les vecteurs W, R et Q ont les expressions :

$$W = \begin{Vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{Vmatrix}, \quad R = \begin{Vmatrix} 2R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ 2R_n \end{Vmatrix}, \quad Q = \frac{\lambda^4}{EI} \begin{Vmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{Vmatrix}. \tag{6}$$

La matrice de flexibilité B est une matrice carrée ayant comme termes les coefficients β^*_{ij} ou β_{ij} du système d'équations (3); β_{ij} représente la déformation produite dans le point i par une charge uniforme, ayant l'intensité $p = 1/\lambda b$, distribuée sur un rectangle (λ, b) qui correspond au point j et qui est calculé à l'aide de l'expression $\beta_{ij} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0 \lambda} F_{ij}\left(\frac{x}{\lambda}, \frac{b}{\lambda}\right)$, où ν_0 est le coefficient de Poisson du terrain, E — le module d'élasticité du terrain, λ — le pas, F_{ij} — une fonction de x/λ (x étant la distance mesurée sur l'axe de la poutre entre i et j, fig. 1 c) et b/λ (b étant la largeur de la poutre).

Les valeurs de F_{ij} sont données dans [3, tableau II, p. 218].

3. Plaques planes rectangulaires

On peut résoudre les plaques de la même manière. On considère une plaque rectangulaire appuyée sur un espace semi-indéfini élastique homogène et isotrope et on se propose de déterminer les déformations de cette plaque, les efforts de la plaque et les efforts du milieu d'appui, en employant la méthode des différences finies.

On part de l'équation différentielle de la surface mediane déformée d'une plaque ayant l'épaisseur constante :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q(x, y) - r(x, y)}{D}, \tag{8}$$

où w est la flèche de la plaque, $q(x, y)$ — l'intensité de la charge distribuée sur la plaque, $r(x, y)$ — l'intensité de la réaction du milieu et D — la rigidité à la flexion de la plaque.

Sur la plaque on trace un réseau de rectangles égaux dont les côtés sont parallèles à celles de la plaque.

L'équation différentielle (8), écrite en différences finies, dans un noeud quelconque i du réseau, a la forme :

$$\begin{aligned} w_i\left[6\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) + 8\right] - 4\left[(1+\alpha)(w_{i-1} + w_{i+1}) + \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)(w_k + w_l)\right] + \\ + 2(w_{k-1} + w_{k+1} + w_{l-1} + w_{l+1}) + \alpha(w_{i-2} + w_{i+2}) + \frac{1}{\alpha}(w_s + w_j) = \\ = q_i \frac{\lambda_x^2 \lambda_y^2}{D} - r_i \frac{\lambda_x^2 \lambda_y^2}{D} = q_i \frac{\lambda_x^2 \lambda_y^2}{D} - R_i \frac{\lambda_x \lambda_y}{D}, \end{aligned} \tag{9}$$

avec

$$\alpha = \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_x}\right)^2 .$$

Si $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$ l'équation (9) devient :

$$20\, w_i - 8\,(w_{i-1} + w_{i+1} + w_k + w_l) + 2\,(w_{k-1} + w_{k+1} + w_{l-1} + w_{l+1}) + \tag{10}$$
$$+ w_{i-2} + w_{i+2} + w_s + w_j = \frac{q_i \lambda^4}{D} - \frac{r_i \lambda^4}{D} = \frac{q_i \lambda^4}{D} - \frac{R_i \lambda^2}{D} .$$

On peut écrire un nombre d'équations ayant la forme (9) ou (10), égale au nombre des noeuds du réseau.

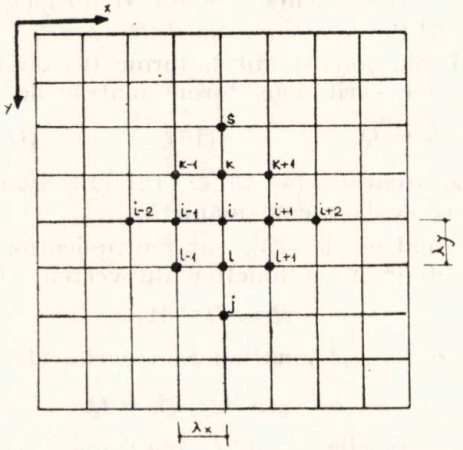


Fig. 2

Si le nombre de ces noeuds est n alors on peut écrire n équations ayant comme inconnues w_i, $(i = 1, 2, ..., n)$ et r_i ou R_i, $(i = 1, 2 ..., n)$. À ce système d'équations s'associent les conditions de contact entre la plaque et le milieu :

$$\begin{cases} w_1 = \beta_{11} R_1 + \beta_{12} R_2 + \cdots + \beta_{1n} R_n , \\ w_2 = \beta_{21} R_1 + \beta_{22} R_2 + \cdots + \beta_{2n} R_n , \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ w_i = \beta_{i1} R_1 + \beta_{i2} R_2 + \cdots + \beta_{in} R_n , \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ w_n = \beta_{n1} R_1 + \beta_{n2} R_2 + \cdots + \beta_{nn} R_n . \end{cases} \tag{11}$$

On a considéré que sur la section qui correspond à un noeud $(\lambda_x\ \lambda_y)$ la réaction a l'intensité constante. Pour les points marginaux du réseau la section est à moitié, et pour les points des coins de la plaque cette section se réduit au quart.

Il en résulte qu'après la détermination du vecteur R, les composantes qui correspondent aux côtés se divisent par 2 et celles des coins se divisent par 4. Les coefficients d'influence β_{ij}, qui ont la même signification que dans le cas des poutres, peuvent être determinés avec la relation $\beta_{ij} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0 \lambda} F_{ij}\left(\frac{x}{\lambda'}\right)$, où F_{ij} est fonction de x/λ', $(\lambda' = \sqrt{\lambda_x \lambda_y})$; pour pouvoir simplifier les calculs, les pressions sur le terrain qui correspondent au noeud j sont considérées uniformément distribuées sur un cercle ayant le rayon λ'. Les valeurs de la fonction $F_{ij}\,(x/\lambda')$ sont données dans [3, tableau III, p. 219].

Le système d'équations ayant la forme (9) ou (10), tout comme le système (11), doit être écrit sous forme matricielle :

$$AW + \Lambda R = Q, \qquad (12)$$

$$BR = W. \qquad (13)$$

Les systèmes d'équations (4), (5) et (12), (13) ayant la même structure peuvent être résolus de la même manière.

De l'équation matricielle (15), par multiplication à gauche avec B^{-1} on détermine le vecteur R en fonction du vecteur W :

$$R = B^{-1} W. \qquad (14)$$

On introduit R dans l'équation matricielle (12) et on obtient

$$(A + \Lambda B^{-1})\, W = Q. \qquad (15)$$

L'expression matricielle $A + \Lambda B^{-1}$ est une matrice carrée non-singulaire que l'on note avec D. En multipliant (15) à gauche avec D^{-1} on obtient :

$$W = D^{-1} Q. \qquad (16)$$

Tenant compte de (16), on déduit de l'équation (14):

$$R = B^{-1} D^{-1} Q. \qquad (17)$$

Une autre voie pour la résolution, peut être la suivante. On introduit le vecteur W de (13) dans l'équation (12) en obtenant :

$$(AB + \Lambda) R = Q. \qquad (18)$$

En multipliant à gauche (18) par $(AB+\Lambda)^{-1}$ on obtient le vecteur :

$$R = (AB + \Lambda)^{-1} Q. \qquad (19)$$

Avec R de l'équation (19) on peut calculer W de l'équation (13) :

$$W = B\,(AB + \Lambda)^{-1} Q. \qquad (20)$$

Ayant déterminé les vecteurs des déplacements W et des réactions R, par les procédés connus, on détermine les efforts de la poutre ou de la plaque et les pressions sur le terrain.

4. Exemple de calcul

On présente un exemple de calcul pour une poutre appuyée sur un terrain élastique, homogène et isotrope, étudié avec la méthode proposée par les auteurs et par la méthode Jemotchkine [3] afin d'établir une comparaison entre les résultats obtenus.

La résolution se refère à la determination des réactions (tableau II).

Données connues : a) terrain, $E_0 = 1{,}8.10^7$ daN/m^2 (le module d'élasticité), $\nu_0 = 0{,}2$ (coefficient de Poisson) ; b) poutre, $E_1 = 1{,}8.10^9$ daN/m^2, $\nu_1 = 0{,}2$, $l = 2{,}00$ m (demi-longueur de calcul), $b = 1{,}00$ m (largeur de la poutre), $I = 0{,}01$ m^4 (le moment d'inertie). Les schémas de charge sont celles de la fig. 3 *a*, *b*, *c*, où $P = 1\,000$ daN. On a divisé la poutre en quatre champs (fig. 3 *d*), avec $\lambda = 1{,}00$ m.

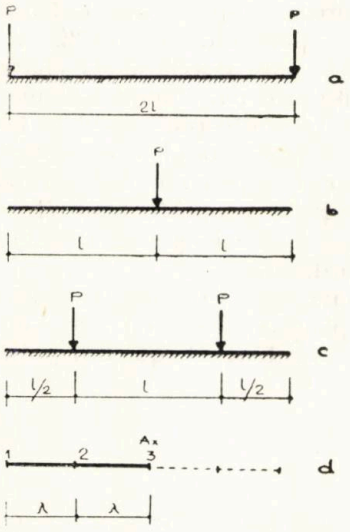


Fig. 3

On obtient

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -8 & 2 \\ -4 & 6 & -2 \\ 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = 10^{-8} \begin{bmatrix} 11{,}9850 & 3{,}5292 & 1{,}7170 \\ 3{,}5292 & 6{,}8510 & 2{,}3341 \\ 1{,}7170 & 2{,}3341 & 6{,}4192 \end{bmatrix},$$

$$B^{-1} = 10^8 \begin{bmatrix} 0{,}09880 & -0{,}04782 & -0{,}00904 \\ -0{,}04782 & 0{,}18974 & -0{,}05620 \\ -0{,}00904 & -0{,}05620 & 0{,}17863 \end{bmatrix},$$

$$\Lambda = 5{,}55.10^{-8}, \quad Q_1 = 5{,}55.10^{-8} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = 5{,}55.10^{-8} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q_3 = 5{,}55.10^{-8} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Tableau 2

R_i daN	Schéma de charge (fig. 3*a*)		Schéma de charge (fig. 3*b*)		Schéma de charge (fig. 3 *c*)	
	Méthode proposeé	Méthode Jemotchkine	Méthode proposeé	Méthode Jemotchkine	Méthode proposeé	Méthode Jemotchkine
R_1	41,55	46,4	208,29	188,27	230,93	244,32
R_2	200,66	237,2	239,21	255,23	499,3	477,08
R_3	757,79	716,4	52,50	56,50	269,77	278,60

5. Conclusions

Il résulte des exemples étudiés que les réactions calculées par la méthode proposée sont proches de celles obtenues par la méthode Jemotchkine [3], verifiée pour les poutres par voie expérimentale dans le cas des terrains à comportement similaire à l'espace semi-indéfini élastique, homogène et isotrope. La différence maxima, de 15 %, a été constatée pour le schéma de charge (*a*), (la poutre avec deux charges aux extrémités); cette différence peut être diminuée par l'augmentation du nombre des divisions et par des conditions à la limite plus exactes. Les réactions calculées par la méthode proposée sont plus grandes au niveau des charges ; mais, en général, les résultats obtenus peuvent être considérés très bons.

La méthode numérique proposée peut être utilisée aussi bien pour la résolution des plaques à l'épaisseur variable, car elle est adequate pour le calcul à l'aide des ordinateurs.

On peut mentionner que cette méthode présente une large perspective pour le calcul des plaques, ayant en vue que jusqu'à présent les méthodes existentes sont limitées et qu'elles présentent un degré de difficulté assez élevé.

Reçue le 22 mars 1971

Institutul Polytechnique, Jassy,
Chaire de Statique et Résistance des Matériaux

BIBLIOGRAPHIE

1. Winkler E., *Die Lehre von Elastizität und Festigkeit.* Praga, 1867.
2. Boussinesq I., *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques.* Paris, 1885.
3. Жемочкин Б. Н., Синицын А. П., *Практические методы расчета фундаментых далок и плит на упругом основании.* Госстроиздат, М., 1962.

O METODĂ NUMERICĂ DE CALCUL A GRINZILOR ŞI PLĂCILOR REZEMATE PE SEMISPAŢIU ELASTIC OMOGEN ŞI IZOTROP

(Rezumat)

Se prezintă o metodă numerică de calcul a grinzilor şi plăcilor rezemate pe semispaţiu elastic omogen şi izotrop. Problema se rezolvă folosind o matrice de flexibilitate care caracterizează mediul de rezemare şi metoda diferenţelor finite. Soluţia propusă este deosebit de eficientă mai ales pentru calculul plăcilor şi suficient de simplă dacă se folosesc calculatoarele.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 627.8

CONSIDERATIONS UPON THE STRESS DISTRIBUTIONS FOR PRESTRESSED DAMS*)

BY

EMANOIL BÂRSAN and LONGHIN MACAREVICI

1. Introduction

The use of the prestressing technique at the gravity dams leads to a more rational employment of the strength capacity of the concrete and consequently to the achievement of economy.

The prestressing force application to the raising of the gravity dams (Cheurfas, Alger, etc.) or a priori prestressed designed ones (Allt-Na-Lairige, Scotland), assumes that the stress distribution must be known by the introduction of the prestressing force.

In this paper it is studied the stress distribution at the prestressed dams by using two methods: beam theory and elasticity theory.

2. Calculation by Beam Theory

The calculation of prestressed dams by beam theory is made under the condition of zero stress at the upstream face and safety at sliding. In [2], taking into account the gravity load, water and uplift pressure and prestressing force, are given the following relations:

$$(1-m)\lambda_1^2+\left[\frac{1}{f}\cdot\frac{\gamma_b}{\gamma}+\frac{2T_0}{\gamma H^2}\left(2\frac{\gamma_b}{\gamma}-3m+2\right)\right]\lambda_1-\frac{1}{f^2}+ \tag{1}$$
$$+\frac{4T_0^2}{\gamma^2H^2}+\left(\frac{\gamma_b}{\gamma}-m\right)=0\,,$$

*) Presented at the Scientific Session of the Polytechnic Institute of Timishoara, May 10 – 12, 1968.

$$(2) \qquad \lambda = \frac{1}{\gamma_b - m\gamma}\left(\frac{\gamma}{f} - \frac{2T_2}{H^2}\right) - \lambda_1\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_b - m\gamma}\right),$$

where $\lambda = \operatorname{tg}\beta$ and $\lambda_1 = \operatorname{tg}\alpha$, with the notations from Fig. 1.

From these relations it results the necessary inclination for the two faces of the dam in accordance with the prestressing force considered in the calculation.

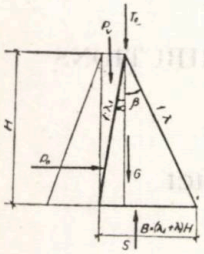


Fig. 1

In these relations there are considered neither the tension loss in cables because of the creep of concrete nor the appearence of the tensile stresses at the downstream face in reservoir empty assumption which for certain prestressing force can exceed the allowable values.

The relations (1) and (2) are used to predetermine the cross section of the prestressed dam, following that from the condition not to exceed the allowable stress at the downstream face, to verify the value of the force with which the prestress of the dam will be done.

Taking into account that in a dam it appear complex physical phenomena (creep, shrink, deformation of the rock foundation) which lead to the decrease of the intensity force in the cables of the prestressed dams, it is necessary not to neglect these factors.

Noting with T_0 the prestressing force at the time $t = 0$ (before the shrink and the creep of the dam) and T_∞ the same force after the shrink and creep of the dam, this change from T_0 to T_∞ is characterized by the coefficient $\omega = T_\infty / T_0$.

In the literature there exist studies concerning the tension loss in cables because of the creep of concrete caused by the prestress and the gravity load of the dam.

Thus for a dam having H=40 m, B=24.44 m and T_0=400 tf/ml, the loss of intensity of the force T_0 is of 8.8% (35.40 tf/ml) thus devided 7,2% resulting from the action of prestressing force and 1.6% from its own weigth load [2].

For another exemple of the dam, where H=30 m, B=15 m and T_0=207.5 tf/ml, the loss of intensity of the force T_0 achieves 9,7%. This percentage is formed of 7,9% resulting from the creep given by the prestressing force and 1,8% resulting from the creep given by own weigth [3].

On the basis of these examples the value of the coefficient ω can be estimated, and as we can observe it does not exceed the value 0.90.

By taking $\omega = 0{,}85$ [4] we assure the necessary safety coefficient concerning the loss of intensity of the prestressing force.

Considering the two design assumptions of the prestressed dam reservoir empty and reservoir full, and writting the necessary conditions for the stresses in the basis section of the dam, it results the following relations :

1° *Reservoir empty assumption* :

$$(\sigma_{am})_R + (\sigma_{am})_{T_0} \leqslant \sigma_{a,c} \text{ — upstream face,} \tag{3}$$

$$\sigma(_{av})_R + (\sigma_{av})_{T_0} \leqslant \sigma_{a,i} \text{ — downstream face.} \tag{4}$$

2°. *Reservoir full assumption* :

$$(\sigma_{am})_R + (\sigma_{am})_{T_\infty} \geqslant 0 \text{ — upstream face,} \tag{5}$$

$$(\sigma_{av})_R + (\sigma_{av})_{T_\infty} \leqslant \sigma_{a,c} \text{ — downstream face.} \tag{6}$$

where $\boldsymbol{R}$ is the resultant of the forces G, P_0, P_v and S.

In the beam theory for the achievement of the above conditions the following situations will he superposed :

a) Normal vertical stresses at the basis section in reservoir empty assumption, without the prestressing force.

b) Normal vertical stresses in the basis section in reservoir full assumption, without the prestressing force.

c) Normal vertical stresses in the basis section resulted only from the prestressing force.

For this, coming from the relation (5) and considering a current value T of the prestressing force comprised between T_0 and T_∞, we shall write :

$$(\sigma_{am})_R + \frac{T_\infty}{T}(\sigma_{am})_T = 0,$$

rom where it results :

$$T_\infty = -\, T\frac{(\sigma_{am})_R}{(\sigma_{am})_T} \tag{7}$$

and respectively the initial prestressing force :

$$T_0 = \frac{T_\infty}{\omega}. \tag{8}$$

With T_∞ and T_0 thus determined there are calculated the stresses at the dam faces both for reservoir empty and reservoir full assumptions.

The prestressing force which appears in the relations (1) and (2) must be changed taking into account the relations (8) and (4) for the purpose to achieve the condition not to exceed the allowable tensile stress at the downstream face (in the empty reservoir assumption) and at the same

time, taking into account the tension loss in cables because of the concrete creep by the coefficient ω, that can be chosen as function of safety degree imposed to the exploitation of the prestressed dam.

3. Design by Elasticity Theory

During the calculation there are taken into account the following loads : own weigth, water pressure and prestressing force (Fig. 2). There are taken into account neither the deformations of the rock at the basis nor the stress modification in the embedding zone.

The stress distribution in the body of the dam under the gravity action and water pressure is known.

To know the stress distribution from the prestressing force it is necessary to be found the stress function for this loading case.

Using Fig. 2 and applying the general theory of design presented in [1] (with $\alpha = -\alpha$), the stress function F becomes :

$$F = A\,x \operatorname{arctg}\frac{x}{z} + Bz \operatorname{arctg}\frac{x}{z}, \tag{9}$$

where

$$A = T\frac{\beta + \alpha - \sin(\beta + \alpha)\cos(\beta - \alpha)}{(\beta + \alpha)^2 - \sin^2(\beta + \alpha)}, \tag{10}$$

$$B = T\frac{\sin(\beta + \alpha)\sin(\beta - \alpha)}{(\beta + \alpha)^2 - \sin^2(\beta + \alpha)}. \tag{11}$$

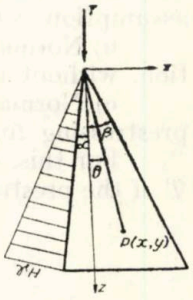


Fig. 2

The stress function being determined and applying the general design procedure, finally there are obtained the following expressions for stresses after the directions of co-ordinate axis :

$$\begin{cases} \sigma_z = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 2A\dfrac{z^2}{(x^2+z^2)^2} - 2B\dfrac{xz^2}{(x^2+z)^2}, \\ \sigma_x = \dfrac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 2A\dfrac{x^2 z}{(x^2+z^2)^2} - 2B\dfrac{x^3}{(x^2+z^2)^2}, \\ \tau_{xz} = -\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} = 2A\dfrac{xz^2}{(x^2+z^2)^2} - 2B\dfrac{x^2 z}{(x^2+z^2)^2}. \end{cases} \tag{12}$$

Replacing $x = z \operatorname{tg} \theta$, it results :

$$(13)\qquad \begin{cases} \sigma_z = \dfrac{2}{z}(A - B\,\mathrm{tg}\,\theta)\cos^4\theta, \\ \sigma_x = \dfrac{2}{z}(A - B\,\mathrm{tg}\,\theta)\sin^2\theta\cos^2\theta, \\ \tau_{xz} = \dfrac{2}{z}(A - B\,\mathrm{tg}\,\theta)\cos^3\theta\sin\theta. \end{cases}$$

Introducing (13) in the general expressions of the principal stresses, these become :

$$(14)\qquad \sigma_1 = \frac{2}{z}(A - B\,\mathrm{tg}\,\theta)\cos^2\theta, \qquad (15)\quad \sigma_2 = 0,$$

$$(16)\qquad \tau_{max} = \pm\frac{1}{2}(A - B\,\mathrm{tg}\,\theta)\cos^2\theta.$$

As one can note

$$(17)\qquad \sigma_1 = \frac{\sigma_z}{\cos^2\theta}$$

and

$$(18)\qquad \tau_{max} = \frac{\tau_{xz}}{\sin^2\theta}$$

From obtained relations for the case when the vector radius is vertical ($\theta = 0$) we obtain $\sigma_1 = \sigma_z$ and $\tau_{max} = \infty$. In fact τ_{max} has a finite value as result of the plasticity of concrete. For other values of θ, respectively approaching to the faces of the dam, the principal stresses σ_1 increase in connection with σ_z, and τ_{max} decrease in connection with τ_{xz}.

A picture of the principal stress distribution for the prestressing force is given by the equal stress lines, which can be drawn by taking into account a numerical example.

4. Numerical Example

For the drawing of the equal principal stress lines it will be consider a dam with the characteristics : $H=40$ m, $m=0.5$, $f=0.65$ and $T_0=300$ tf/ml. For these data it results $\alpha=4°\,30'$, $\beta=35°$, $A=924$, $B=1\,386$.

Using the relation (14), the Table 1 was drawn up. This table helps to the tracing of the equal principal stress lines σ_1, by the joining of the obtained on the considered vector radii.

Analogically one can trace the equal principal stress τ_{max}.

Table 1

θ	z m						
	$\sigma_1 = 5$ t/m²	$\sigma_1 =$ = 10 t/m²	$\sigma_1 =$ = 20 t/m²	$\sigma_1 =$ = 40 t/m²	$\sigma_1 =$ = 60 t/m²	$\sigma_1 =$ = 100 t/m²	$\sigma_1 =$ = 200 t/m²
4° 30′	412,0	206,0	103,0	51,5	34,2	20,6	10,3
0°	379,6	184,8	92,4	46,2	34,0	18,48	9,24
10°	264,0	132,0	66,0	33,0	22,0	13,2	6,6
20°	147,2	73,6	36,8	18,4	12,3	7,36	3,68
30°	39,8	18,9	9,5	5,7	3,15	1,89	0,94
35°	0,12	0,06	0,03	0,012	0,01	0,006	0,003

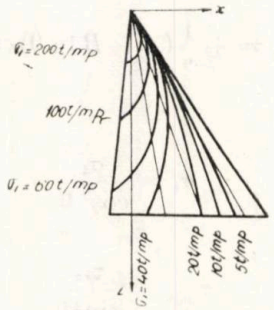


Fig. 3

5. Conclusions

1. The prestressing force which is considered for the predetermination of sizes of the dam must be corrected for not to exceed the allowable tensile stress at the downstream face in the reservoir empty condition.

2. Taking in to account the creep of the concrete for $\omega = 0.85$, one assures the necessary safety coefficient from the point of view of loss of tension in cables.

3. The principal stresses σ_1 increase in connection with σ_z, starting from the vertical line which passes through the section top to the two faces of the dam.

Notations

m — reduction coefficient of the uplift pressure,
f — coefficient of friction of concrete on rock,
α — angle of the inclination of the upstream of dam to the vertical,
β — angle of the inclination of the downstream of dam to the vertical,
θ — angle of the inclination of the vector radius to the vertical.
γ — unit weight of water, [tf/m³],

γ_b — unit weight of concrete, [tf/m^3],
H — height of dam,
B — width of dam,
T_0 — initial prestressing force, [tf],
T — current prestressing force, [tf],
T_∞ — final prestressing force (after the creep of the concrete), [tf],
G — gravity load of dam,
P_0 — horizontal component of the hydrostatical force,
P_v — vertical component of the hydrostatical force,
S — uplift pressure,
R — resultant of the forces G, P_0, P_v, S,
σ_{am} — vertical stress at basis of the upstream face,
σ_{av} — vertical stress at basis of the downstream face,
σ_1, σ_2 — normal principal stresses,
τ_{max} — shear principal stress,
$\sigma_{a,c}$ — allowable compressive stress of the concrete,
$\sigma_{a,i}$ — allowable tensile stress of the concrete,
ω — coefficient of the tension loss in cables at time $t=\infty$.

Received, February 20, 1971

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Hydrotechnic Constructions

REFERENCES

1. Галеркин Б. Г., *Собрание сочинение. Т. I, К исследованию напряжений в плотинах и подпорных стенах трапецоидального профиля.* М., 1952.
2. Prişcu R., Constantinescu M., *Considérations concernant la surélévation et la construction en étapes des barrages-poids par précontrainte.* Sixième Congrès des Grands Barrages, Vol. I, New York, 1958.
3. Swida W., *Über einige Anwendungsmöglichkeiten des Spannbetons im Talsperrenbau.* Die Bautechnik, Juni 1955.
4. Rescher I. O., *Talsperrenstatik.* Springer Verlag, Berlin-Heidelberg - New York, 1965.

CONSIDERAȚII PRIVIND STAREA DE EFORTURI LA BARAJELE PRECOMPRIMATE

(Rezumat)

Se studiază starea de eforturi la barajele precomprimate atît prin teoria de grindă cît și prin teoria elasticității stabilindu-se, în final, relații pentru calculul eforturilor principale normale și tangențiale din acțiunea forței de precomprimare, care permit trasarea liniilor de egal efort.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.1; 539.3

CONSIDERAȚIUNI ASUPRA FOLOSIRII TABELELOR LA CALCULUL GRINZILOR REZEMATE PE MEDIU ELASTIC*)

DE

IULIAN IONESCU, M. DIMA și LUMINIȚA MUȘAT

Rezolvarea problemei contactului elementelor de construcție tip grindă rezemate pe terenuri compresibile se reduce, în esență, la determinarea legii de repartiție a reacțiunilor care trebuie să îndeplinească următoarele condiții [1]... [3], [6], [7]:

a) Echilibrul static al grinzii.

b) Satisfacerea ecuației diferențiale a fibrei deformate a grinzii:

$$EIy^{IV} = q(x) - p(x), \tag{1}$$

în care: E — modulul de elasticitate al materialului grinzii, I — momentul de inerție al grinzii, $q(x)$ — sarcina care acționează grinda, $p(x)$ — reacțiunea grinzii, y — săgeata elementului de construcție.

c) Satisfacerea legii de deformație a terenului de fundare.

d) Satisfacerea indentității între săgeata elementului de construcție și tasarea terenului:

$$y \equiv w(z). \tag{2}$$

e) Satisfacerea condițiilor de rezemare a elementului de construcție.

Deosebit de importantă în rezolvarea acestei probleme este stabilirea legii de deformație a terenului sub acțiunea sarcinilor exterioare, astfel încît modelul de calcul să furnizeze rezultate cît mai apropiate de realitate. Tipurile diferite de pămînturi de fundare, ale căror caracteristici mecano-elastice variază într-o gamă foarte mare, cît și complexitatea fenomenului de tasare, au impus să se adopte o serie de scheme de calcul simplificate care să permită soluționarea cu exactitate suficientă a stării de tensiuni și de deformație dintr-un masiv.

Literatura tehnică de specialitate [2], [3], [6]...[8] recomandă îndeosebi următoarele modele de calcul:

a) Ipoteza Winkler, pentru terenuri de grosime limitată [2], [3], [6]:

$$p = ky, \tag{3}$$

în care: p — presiunea pe talpa fundației, k — coeficientul de pat, [kgf/cm^3], y — săgeata elementului de construcție.

---

*) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, 2–4 iulie 1970.

b) Ipoteza teoriei elasticității, pentru terenuri coezive și necoezive de grosime practic infinită [2], [3], [6], [8], la care tasarea se exprimă fie prin relația

$$w = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{P}{E_0}(1-\mu_0^2) \ln \frac{r}{d}, \qquad \text{(Flamant)}, \tag{4}$$

fie prin relația

$$w = \frac{P}{\pi E_0}(1-\mu_0^2)\frac{1}{r}, \qquad \text{(Boussinesq)}, \tag{5}$$

unde: w — tasarea punctului, P — sarcina concentrată, E_0 și μ_0 — modulul de compresibilitate și coeficientul lui Poisson al terenului de fundare, r — distanța de la secțiunea considerată pînă la punctul de aplicare a forței P, d — o distanță arbitrară.

c) Ipoteza coeficientului dublu de pat, pentru terenuri de grosime finită [7], la care tasarea se determină cu relația:

$$w = \frac{P}{2\pi C_2} K(\xi), \tag{6}$$

în care: P — forță, concentrată C_1 — coeficient de compresiune (primul coeficient de pat), [kgt/cm³], C_2 — coeficient de forfecare (al doilea coeficient de pat), [kgt/cm], $s = \sqrt{C_2/C_1}$ [cm], $K(\xi)$, o funcție de tip Bessel.

În ipoteza teoriei elasticității problema contactului reclamă rezolvarea ecuației integro-diferențiale de tipul (ipoteza Boussinesq) [1]:

$$\frac{d^4}{dx^4}\left\{\frac{1-\mu_0^2}{\pi E_0}\left[\int_0^x\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{p(\xi)\,d\xi\,d\eta}{\sqrt{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2}} + \int_0^{l-x}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{p(\xi)\,d\xi\,d\eta}{\sqrt{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2}}\right]\right\} = \frac{q(x)-p(x)}{EI}, \tag{7}$$

notațiile fiind cele din fig. 1.

Ecuația (7) prezintă mari dificultăți matematice în ceea ce privește determinarea soluțiilor. G.E. Proktor a propus o soluție prin serii, însă seriile utilizate sînt slab convergente și nu duc la o precizie satisfăcătoare.

Aceleași dificultăți se întîlnesc și în ipoteza Flamant.

Pentru cazul particular al unei sarcini concentrate care acționează o grindă de lungime infinită, Biot a determinat expresia momentului încovoietor care a fost preluată de Vesic și folosită în rezolvarea problemei enunțate.

Aceste soluții particulare nu satisfac necesitățile de uz practic, deoarece reclamă un volum foarte mare de calcule.

Pentru simplificarea problemei s-au elaborat metode aproximative de calcul cele mai cunoscute fiind: a) metoda polinoamelor (V. A. Florin, M. I. Garbunov-Pasadov, I. Klubin, J. A. Simvulidi), b) metoda sistemelor statice nedeterminate (B. N. Jemocikin).

Principiul metodei polinoamelor constă în aproximarea legii de distribuire a reacțiunilor printr-o serie de puteri (Garbunov-Pasadov), prin curbe parabolice (Simvulidi), printr-un polinom Cebîșev (Klubin) etc.

Metoda Jemocikin se bazează pe teoremele mecanicii construcțiilor (metoda forțelor), calculul unei grinzi pe mediu elastic reducîndu-se la un sistem static nedeterminat care are ca sistem de bază o consolă cu încastrarea fictivă într-o secțiune oarecare. (De obicei în mijlocul grinzii sarcinile se împart în simetrice și antisimetrice, reducîndu-se în acest fel numărul de necunoscute).

Sistemul de ecuații este de forma

$$\sum_i \delta_{ik} x_i + a_i \varphi_0 + y_0 + \delta_{ip} = 0, \quad \sum_i M_i = 0, \quad \sum_i x_i + \sum_i P_i = 0,$$

în care: φ_0 — rotirea încastrării fictive, y_0 — deplasarea încastrării fictive.

Diagrama curbilinie a presiunilor se substituie cu una în trepte.

Dintre metodele aproximative cea mai utilizată în calculul construcțiilor hidrotehnice este metoda Jemocikin deoarece: a) se poate lua în considerare efectul suprasarcinilor laterale, b) rigiditatea grinzii poate fi variabilă, c) pentru deformația mediului se poate adopta o ipoteză care permite aproximarea cît mai fidelă a comportării terenului de fundare, d) calculul coeficienților se efectuează relativ simplu, e) gradul de aproximare depinde de numărul de necunoscute.

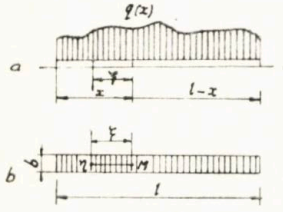


Fig. 1

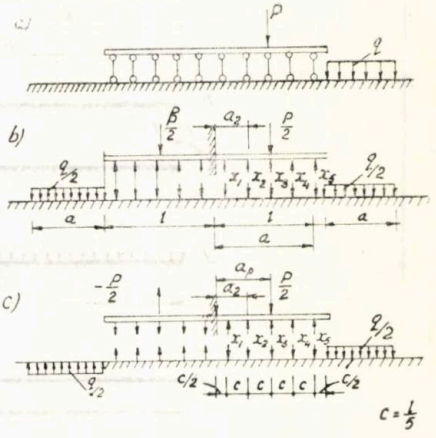


Fig. 2

Totuși rezolvarea grinzilor pe mediu elastic prin această metodă solicită un volum mare de calcule.

În vederea simplificării și ușurării muncii de proiectare I. K. Samarin și G. V. Krașennikova au întocmit tabele (prin metoda Jemocikin) pentru calculul construcțiilor tip grindă, rezemate pe un strat compresibil. Tabelele furnizează direct distribuția presiunilor în funcție de tipul încărcărilor și de un coeficient de flexibilitate care depinde de caracteristicile mecano-elastice ale terenului și construcției [6].

Indicele de flexibilitate, introdus de Gorbunov-Posadov, are expresia [2]:

$$t = \frac{1-\mu_1^2}{1-\mu_0^2} \cdot \frac{\pi E_0 b l^3}{4 E_1 I}, \tag{9}$$

în care: b — lățimea grinzii (in cazul deformației plane se alege de obicei egală cu 1 m), l — semideschiderea de calcul, E_0, μ_0 — modulii de deformație, [tf/m²], și coeficientul lui Poisson al terenului de fundație, I — momentul de inerție al grinzii, [m⁴], h — înălțimea grinzii, [m], E_1, μ_1 — modulul de elasticitate, [tf/m²], și coeficientul lui Poisson al materialului grinzii.

În funcție de valoarea indicelui de flexibilitate, grinzile pot fi [2]: a) absolut rigide ($t < 1$), b) de lungime și rigiditate finită ($1 < t < 10$), c) de lungime infinită ($t > 10$).

Tabelele menţionate mai sus se referă la calculul grinzilor scurte pe mediu elastic ($t=0$; 3; 5; 10), a căror rigiditate se consideră constantă pe deschidere.

Deoarece în construcţiile hidrotehnice se întîlnesc frecvent elemente de construcţii care lucrează ca grinzi scurte rezemate pe terenuri compresibile prezentînd zone rigide la extremităţi (ecluze, docuri etc.), ne propunem să analizăm în ce condiţii se pot folosi tabelele pentru calculul static al acestora.

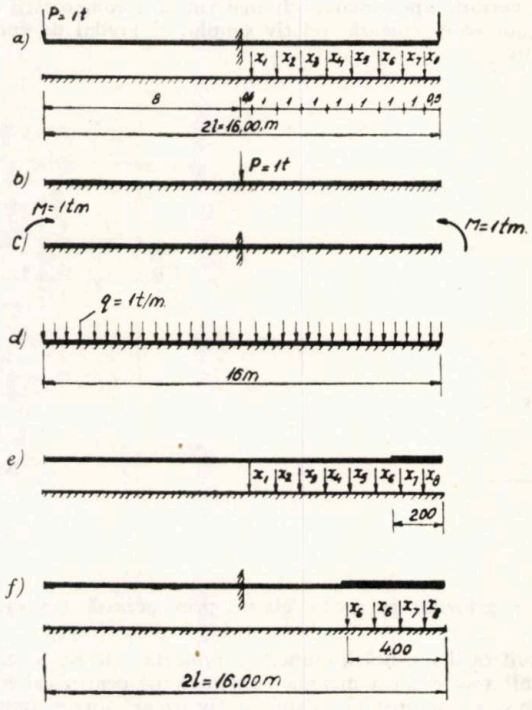


Fig. 3

S-a căutat să se stabilească : a) influenţa exercitată de zonele rigide asupra distribuţiei presiunilor, b) limita zonei rigide care permite calculul cu suficientă exactitate cu ajutorul tabelelor, c) influenţa indicelui de flexibilitate asupra distribuţiei presiunilor.

În acest scop s-a considerat o grindă pe mediu elastic, cu semideschiderea de calcul de 8 m, supusă succesiv la următoarele sarcini : a) forţe concentrate la extremităţi, $P=1$ tf, b) forţă concentrată centrală, $P = 1$ tf, c) momente concentrate la extremităţi, $M=1$tfm, d) sarcină uniform distribuită, $q = 1$ tf/m.

Tabelul 1

$t = 3$ (Flamant)

δ_{ik}									δ_p	δ_M	δ_q	δ_{pc}	
- 838,75	-2 043,00	-2 628,25	-2 985,50	-3 236,75	-3 436,00	-3 585,25	-3 759,5	1	- 5,875	+ 0,750	- 24,95	0	*1*
-2 043,0	-1 408,25	-2 386,50	-2 860,75	-3 163,0	-3 376,25	-3 549,50	-3 694,75	1	- 50,625	+ 6,75	- 234,00	0	*2*
-2 628,25	-2 396,5	-1 648,75	-2 560,00	-2 991,25	-3 252,50	-3 433,75	-3 525,00	1	-134,375	+ 18,75	- 485,990	0	*3*
-2 985,50	-2 860,75	-2 560,00	-1 764,25	-2 632,5	-3 020,75	-3 194,00	-3 407,25	1	-251,125	+ 36,75	- 875,90	0	*4*
-3 236,75	-3 163,00	-2 991,25	-2 632,50	-1 777,50	-2 577,00	-2 987,25	-3 175,50	1	-394,875	+ 60,75	-1 356,00	0	*5*
-3 436,0	-3 376,25	-3 252,0	-3 020,75	-2 577,00	-1 747,25	-2 537,00	-2 855,75	1	-559,625	+ 90,75	-1 903,20	0	*6*
-3 585,25	-3 549,50	-3 438,75	-3 194,00	-2 987,25	-2 537,00	-1 619,75	-2 364,00	1	-739,375	+126,75	-2 305,32	0	*7*
-3 759,5	-3 694,75	-3 525,00	-3 407,25	-3 175,50	-2 855,75	-2 364,00	-1 396,25	1	-928,125	+168,75	-2 845,38	0	*8*
1	1	1	1	1	1	1	1	0	-1	0	-8	-0,5	*9*
						- 162,00	-2 365,00	1	-738,00	+126,0	-2 304,00	0	*7'*
						-2 365,00	-1 419,00	1	-918,00	+162,0	-2 808,00	0	*8'*
				-1 778,00	-2 578,00	-2 988.00	-3 178,00	1	-391,998	+ 60	-1 374,6	0	*5''*
				-2 578,00	-1 754,00	-2 550,00	-2 935,99	1	-506,016	+ 84	-1 755,0	0	*6''*
				-2 988,00	-2 550,00	-1 644,00	-2 414,00	1	-580,016	+108	-2 203,8	0	*7''*
				-3 178,00	-2 935,99	-2 414,00	-1 482,00	1	-824,016	+132	-2 645,0	0	*8''*

Observații: a) Pentru rezolvarea sistemelor cu două cîmpuri rigide se înlocuiesc liniile *7* și *8* cu liniile *7'* și *8'*.

b) Pentru rezolvarea sistemelor cu patru cîmpuri rigide se înlocuiesc liniile *5, 6, 7* și *8* cu liniile *5'', 6'', 7''* și *8''*.

Tabelul 2

$t = 5$ (Flamant)

δ_{ik}									δ_p	δ_M	δ_q	δ_{pc}	
- 505,75	-1 231,00	-1 583,25	-1 797,50	-1 716,75	-2 076,00	-2 182,25	-2 269,5	1	- 5,875	— 0,750	- 24,95	0	*1*
-1 231,00	- 840,25	-1 436,50	-1 721,75	-1 893,00	-2 028,25	-2 129,50	-2 213,75	1	- 50,625	+ 6,75	- 234,00	0	*2*
-1 583,25	-1 436,50	- 983,75	-1 525,00	-1 779,25	-1 620,50	-2 033,75	-2 095,00	1	-134,375	+ 18,75	- 485,990	0	*3*
-1 797,50	-1 721,75	-1 525,0	-1 029,25	-1 542,50	-1 725 75	-1 854,00	-1 967,25	1	-251,125	+ 36,75	- 875,90	0	*4*
-1 716,75	-1 873,00	-1 779,25	-1 542,50	-1 009,5	-1 457,00	-1 682,25	-1 775,50	1	-394,875	+ 60,75	-1 356,00	0	*5*
-2 076,00	-2 028,25	-1 920,50	-1 725,75	-1 457,00	- 922,25	-1 366,50	-1 521,75	1	-559,625	+ 90,75	-1 903,2	0	*6*
-2 182,25	-2 129,50	-2 033,78	-1 854,00	-1 682,25	-1 336,50	- 763,75	-1 159,00	1	-739,375	+126,75	-2 305,32	0	*7*
-2 269,50	-2 213,75	-2 095,00	-1 967,25	-1 775,50	-1 521,75	-1 159,00	- 506,25	1	-928,125	+168,75	-2 845,38	0	*8*
1	1	1	1	1	1	1	1	0	-1	0	-8	-0,5	*9*
						- 764,0	-1 160,00	1	-738,0	+126,0		0	*7'*
						-1 960,00	- 529,00	1	-918,00	+162,0		0	*8'*
				-1 010,00	-1 458,00	-1 683,00	-1 778,00	1	-391,98	60,0	-1 374,6	0	*5''*
				-1 458,00	- 929,00	-1 380,00	-1 600,99	1	-506,016	84,0	-1 755,0	0	*6''*
				-1 683,00	-1 380,00	- 787,00	-1 209,00	1	-680,016	108,0	-2 203,80	0	*7''*
				-1 778,00	-1 600,99	-1 209,00	- 592,00	1	-824,016	132,0	-2 645,0	0	*8''*

Observaţii: a) Pentru rezolvarea sistemelor cu două cîmpuri rigide se înlocuiesc liniile *7* şi *8* cu liniile *7'* şi *8'*.

b) Pentru rezolvarea sistemelor cu patru cîmpuri rigide se înlocuiesc liniile *5*, *6*, *7* şi *8* cu liniile *5''*, *6''*, *7''* şi *8''*.

Tabelul 3

$t = 10$ (Flamant)

δ_{ik}									δ_p	δ_M	δ_p	δ_{pc}	
- 253,25	- 617,00	-793,25	-900,50	-978,75	-1 041,00	-1 093,25	-1 134,5	1	- 5,875	+ 0,75	- 24,95	0	*1*
- 617,00	- 421,25	-713,5	-853,75	-938,00	-1 001,25	-1 009,50	-1 807,50	1	- 50,625	+ 6,75	- 234,0	0	*2*
- 793,25	- 713,50	-476,75	-740,0	-857,25	- 923,50	- 966,75	- 983,00	1	-134,375	+ 18,75	- 485,99	0	*3*
- 900,5	- 853,75	-740,00	-474,25	-712,5	- 782,75	- 834,00	- 869,75	1	-251,125	+ 36,75	- 875,90	0	*4*
- 978,75	- 938,00	-857,25	-712,5	-416,5	- 611,00	- 691,25	- 709,50	1	-394,875	+ 60,75	- 135,60	0	*5*
-1 041,00	-1 001,25	-923,50	-782,75	-611,00	- 296,25	- 472,50	- 505,75	1	-559,625	+ 90,75	- 193,22	0	*6*
-1 093,25	-1 047,50	-966,75	-834,00	-691,25	- 472,50	- 113,75	- 244,00	1	-739,375	+126,75	-2 305,32	0	*7*
-1 134,5	-1 087,50	-983,00	-869,75	-703,50	- 505,75	- 244,00	- 164,75	1	-928,125	+168,85	-2 845,38	0	*8*
1	1	1	1	1	1	1			-1	0	-8	-0,5	*9*
						-114,00	−245,00	1	-738,0	126	-2 304,00	0	*7'*
						-245	+143,00	1	-918,0	162	-2 808,00	0	*8'*
				-417,00	-612,00	-693,00	−712,00	1	-391,998	60,0	-1 374,6	0	*5''*
				-612,00	-303,00	-486,00	−586,00	1	-506,016	84,0	-1 755,0	0	*6''*
				-693,00	-486,00	-137,00	−294,00	1	-680,016	108,0	-2 203,8	0	*7''*
				-712,00	-586,00	-294,00	+ 79	1	-824,016	132,0	-2 645,0	0	*8''*

Observații: a) Pentru rezolvarea sistemelor cu două cîmpuri rigide se înlocuiesc liniile *7* și *8* cu liniile *7'* și *8'*.

b) Pentru rezolvarea sistemelor cu patru cîmpuri rigide se înlocuiesc liniile *5*, *6*, *7* și *8* cu liniile *5''*, *6''*, *7''* și *8''*.

Pentru determinarea influenței zonei rigide asupra repartizării presiunilor, s-a considerat că indicele de flexibilitate variază ($t = 3$; 5; 10) iar zona rigidă se extide de la un sfert ($2c$) (fig. 3 *e*) la jumătate din semideschidere ($4c$—(fig. 3*f*). Deformațiile mediului de rezemare s-au considerat că se supun ipotezei lui F l a m a n t

Distribuția presiunilor s-a calculat cu ajutorul metodei lui J e m o c i k i n împărțindu-se semideschiderea $l = 8$ m, în 8 cîmpuri egale ($c = 1$ m).

Au reieșit 72 de ecuații cu 9 necunoscute, care au fost rezolvate la mașina electronică de calcul I.B.M., de capacitate mijlocie. În tabelele 1...3 sînt trecute valorile coeficienților, iar în tabelele 4...7 valorile necunoscutelor.

Tabelul 4

$P = 1$ central (F l a m a n t)

	$t = 3$			$t = 5$			$t = 10$		
x/l	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$
1/16	0,12300	0,12250	0,10650	0,14410	0,13960	0,11610	0,18450	0,17318	0,15321
3/16	0,11900	0,11700	0,10000	0,13620	0,13850	0,11000	0,16927	0,15432	0,12906
5/16	0,11320	0,11250	0,09890	0,12630	0,12710	0,10900	0,14788	0,14687	0,12102
7/16	0 10820	0,10730	0,09870	0,12300	0,12342	0,10807	0,12372	0,12130	0,10237
9/16	0,10480	0,10530	0,10700	0,10780	0,10721	0,10723	0,09752	0,09860	0,10190
11/16	0,10550	0,10600	0,11020	0,10109	0,10198	0,10675	0,07110	0,07100	0,07672
13/16	0,11200	0,11350	0,12050	0,09958	0,10189	0,10619	0,51020	0,05162	0,05723
15/16	0,21400	0,21800	0 23600	0,16987	0,17449	0,19123	0,13992	0,15802	0,18197

Tabelul 5

$P = 1$ extrem (F l a m a n t)

	$t = 3$			$t = 5$			$t = 10$		
x/l	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$
1/16	0,04860	0,05462	0,06210	0,03339	0,04739	0,05450	0,00812	0,00822	0,01026
3/16	0,05223	0,05653	0,06521	0,03792	0,04080	0,05623	0,01376	0,01476	0,04231
5/16	0,05932	0,06951	0,07258	0,04653	0,04734	0,06312	0,02257	0,02274	0,06021
7/16	0,07058	0,07121	0,08662	0,06062	0,06061	0,08000	0,04182	0,05702	0,06321
9/16	0,08821	0,08772	0,08102	0,08252	0,08252	0,10851	0,0762	0,06921	0,06721
11/16	0,11601	0,11482	0,11021	0,11653	0,11542	0,11539	0,11622	0,11243	0,10427
13/16	0,15823	0,15567	0,14621	0,16831	0,16500	0,14835	0,18870	0,18094	0,16030
15/16	0,40692	0,39845	0,36600	0,45431	0,44028	0,38602	0,53721	0,51021	0,43000

Tabelul 6

$q = 1$ (F l a m a n t)

x/l	$t = 3$			$t = 5$			$t = 10$		
	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$
1/16	0,7 330	0,7202	0,70028	0,77250	0,75320	0,73041	0,88903	0,87541	0,83241
3/16	0,73800	0,72020	0,71052	0,77502	0,76041	0,74041	0,86729	0,85432	0,85472
5/16	0,75103	0,7302	0,72030	0,78103	0,77032	0,75054	0,82102	0,84942	0,85421
7/16	0,77200	0,75420	0,76232	0,79421	0,78042	0,76032	0,74125	0,83920	0,84752
9/16	0,81403	0,81692	0,83270	0,82408	0,82399	0,84747	0,84103	0,84329	0,87475
11/16	0,89732	0,90423	0,93612	0,89321	0,91207	0,94320	0,87321	0,88662	0,93020
13/16	1,04327	1,0541	1,09079	1,01821	1,03210	1,09902	0,98341	1,01021	1,09532
15/16	2,25120	2.2977	2,4571	2,14109	2,2507	2,58201	1,98872	2,0602	2,2731

Tabelul 7

$t = 3...10$, $M = 1$, (F l a m a n t)

x/l	$t = 3$			$t = 5$			$t = 10$		
	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$	const.	$2c$	$4c$
1/16	0,01142	0,01077	0,00999	0,01615	0,01970	0,01610	0,02230	0,02280	0,02383
3/16	0,01092	0,01029	0,00967	0,01597	0,01631	0,01564	0,02255	0,02087	0,02018
5/16	0,00987	0,00987	0,00831	0,01456	0,01460	0,01373	0,02320	0,02300	0,01949
7/16	0,00814	0,00815	0,00537	0,01220	0,01222	0,00900	0,01920	0,01900	0,01895
9/16	0,00535	0,00535	0,00518	0,00831	0,00823	0,00790	0,01370	0,01357	0,01272
11/16	0,00081	0,00080	0,00075	0,00168	0,00164	0,00151	0,00453	0,00422	0,00390
13/16	-0,00625	-0,00612	-0,00500	-0,00880	-0,00846	-0,00747	-0,01140	-0,01082	-0,00880
15/16	-0,03910	-0,03420	-0,04850	-0,06050	-0,05740	-0,04840	-0,09380	-0,0918	-0,06570

Din analiza rezultatelor și a diagramelor de presiuni și moment rezultă următoarele concluzii :

a) Distribuția presiunilor, atunci cînd zonele rigide de la extremitățile grinzilor nu depășesc un sfert din semideschidere, este apropiată de distribuția reacțiunilor unei grinzi cu rigiditate constantă ; variațiile maxime ale intensităților reacțiunilor nu depășesc 5% indiferent de tipul încărcărilor și a valorii indicelui de flexibilitate.

b) Dacă zona rigidă se extinde pînă la jumătate din semideschiderea de calcul, distribuția presiunilor se modifică sensibil, ajungînd la variații de peste 30%, în funcție de tipul încărcării și a indicelui de flexibilitate.

c) La încărcarea concentrată extremă, zonele rigide uniformizează presiunile pe teren, în funcție de creșterea indicelui de flexibilitate (circa 10...20% pentru $t = 3...10$).

d) La încărcarea concentrată centrală zona rigidă mărește intensitatea presiunilor din cîmpurile laterale (circa 10...16% pentru $t = 3...10$).

e) La încărcarea cu moment concentrat la extremități, zonele rigide micșorează intensitatea presiunilor în cîmpurile de la margini în funcție de valorile lui t (15...32% pentru $t = 3...10$).

f) La încărcarea uniform distribuită zonele rigide măresc intensitatea presiunilor în cîmpurile dinspre extremitățile grinzii (circa 9...15% pentru $t = 3...10$).

În concluzie, tabelele de calcul recomandate în [6] pentru determinarea distribuției presiunilor sub talpa grinzilor rezemate pe mediu elastic, se pot utiliza cu suficientă exactitate și în cazul cînd aceste elemente de construcții prezintă zone rigide la extremități, care nu depășesc un sfert din semideschiderea de calcul.

Pentru cazul grinzilor cu zone rigide la extremități, extinse sau amplasate în axul lor, se vor prezenta într-o lucrare viitoare tabele de calcul care să țină seama de influența acestora asupra distribuției presiunilor reactive.

Primită la 9 septembrie 1969

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Beleș A., Voinea R., *Rezistența materialelor.* Vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1958.
2. Gorbunov-Posadov M. I., *Calculul construcțiilor pe mediu elastic*, (trad. din l. rusă). Ed. Tehn., Buc., 1960.
3. Lehr H., *Fundații.* Vol. **I, II**, Ed. Tehn., Buc., 1957.
4. Lehr H. și colab., *Metode noi în proiectarea și executarea fundațiilor.* Ed. Tehn., Buc., 1963.
5. Lehr H., *Fundații. Exemple de calcul.* Ed. Tehn., Buc., 1957.
6. Лихачев В. П. и сотр., *Методы устойчивости и прочности гидротехнических сооружений.* ИЛС, М., 1966.
7. Постернак П. А., *Основы нового метода расчета жестких и фундаментов на упругом основании.* Сб. тр., *14* (1956).
8. Silion T., Ciubotaru V., *Geotehnică și fundații.* Vol. **II**, EDP, Buc., 1967.

CONSIDÉRATIONS SUR L'EMPLOI DES TABLEAUX DANS LE CALCUL DES POUTRES APPUYÉES SUR UN MILIEU ÉLASTIQUE

(Résumé)

On détermine l'influence exercée par la zone rigide des extrémités des poutres appuyées sur un milieu élastique, sur la distribution des réactions.

On établit la limite d'extension de la zone rigide par rapport avec la demi-portée de la poutre afin de pouvoir employer avec une exactitude suffisante les tableaux au calcul des pressions sur les sols de fondation. On étudie les différents types de charge qui agissent sur les éléments de construction appuyées sur des sols compressibles dans l'hypothèse de la variation de l'indice de flexibilité Gorbounov-Possadov.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.014.26 ; 22.043

METODĂ RAPIDĂ DE CALCUL A GRINZILOR METALICE PRESOLICITATE

DE

DAN PRECUPANU

1. Problema structurilor metalice presolicitatate constituie o preocupare actuală a studiilor ce se întreprind în scopul ridicării eficienţei consumului de metal prin folosirea raţională şi combinată, la alcătuirea aceluiaşi element, a oţelurilor de calităţi diferite. În acest sens grinzile metalice realizate din oţeluri obişnuite, presolicitate cu ajutorul tiranţilor de înaltă rezistenţă, constituie soluţii deosebit de raţionale, a căror economicitate depinde în primul rînd de metoda de calcul folosită la dimensionarea lor.

În cele ce urmează se expune o metodă generală, rapidă, de dimensionare a secţiunii transversale a grinzilor cu secţiune dublu T nesimetrică, presolicitate într-o singură etapă cu ajutorul unui tirant rectiliniu dispus la nivelul tălpii întinse. Calculele presupun comportarea liniar elastică a oţelului şi vor fi conduse după metoda rezistenţelor admisibile.

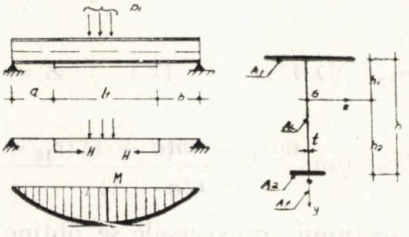


Fig. 1

2. După cum se arată în lucrarea [2], ale cărei relaţii şi notaţii le vom considera cunoscute, din condiţia de rezistenţă a grinzii — cu consum minim de material — atît în faza de exploatare cît şi în cea de presolicitare, rezultă următoarele relaţii de dimensionare:

$$A_{nec} = \frac{a+1}{ar_{12}} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}, \tag{1}$$

(2) $A_1 = \frac{1}{r_{12}(r_{12}+1)} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}$, (3) $A_2 = \frac{1+r_{12}(1-a)}{ar_{12}(r_{12}+1)} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}$,

(4) $A_i = \frac{2}{r_{12}+1} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}$, (4') $A_t = \frac{\sigma_{a2}(ar_{12}-1)}{\sigma_{at}(a+1)} A$,

unde coeficientul de svelteţe $\lambda = h/t$ este cunoscut funcţie de siguranţa urmărită la stabilitatea inimii, coeficientul r_{12} este dat de relaţia $r_{12} = \sigma_{a1}/\sigma_{a2}$ (indicii 1 şi 2 se referă la talpa superioară şi respectiv inferioară a grinzii), iar asimetria a reprezintă soluţia ecuaţiei:

(5) $$2Dar_{12}(r_{12}+1)C_1 - (C_1 + \psi C_2)(C_1 - r_{32}C_2) = 0,$$

în care termenii D, ψ, C_1 şi C_2 au semnificaţiile date în lucrarea susmenţionată putînd fi determinaţi din datele iniţiale ale problemei.

În acest mod problema dimensionării secţiunii transversale a unei grinzi metalice presolicitate este soluţionată, fiind însă necesară rezolvarea unei ecuaţii algebrice de gradul doi în necunoscuta a, ceea ce reduce operativitatea de calcul.

3. Se presupune acum că pretensionarea iniţială a tirantului este fixată la o anumită valoare H_0. În acest caz ecuaţia (5) nu mai este aplicabilă deoarece în faza de presolicitare starea de tensiune este determinată de mărimea efortului H_0. Aşadar se poate scrie numai condiţia de rezistenţă în faza de exploatare:

(6) $$\frac{Z}{A} + \frac{M - Zh_2}{W_1} = \sigma_{a1},$$ (7) $$-\frac{Z}{A} + \frac{M - Zh_2}{W_2} = \sigma_{a2},$$

în care

(8) $$Z = H_0 + X$$

reprezintă valoarea efortului final din tirant (pretensionarea iniţială plus autotensionarea). Din sistemul (6), (7) se pot determina M şi Z, caracteristicile geometrice ale secţiunii fiind exprimate funcţie de parametrii λ, m, a (conform [1]):

(6') $$M = \sigma_{a2} C \sqrt{\lambda A^3},$$ (7') $$Z = \frac{\sigma_{a2}(ar_2 - 1)}{a+1} A,$$

cu

$$C = \sqrt{m} \frac{6ar_{12} - m(a+1)(r_{12}+1)}{6(a+1)}.$$

Aria optimă a secţiunii transversale se obţine din relaţia (6') pentru coeficientul m determinat astfel ca C să fie maxim:

(9) $$A = \sqrt[3]{\frac{M^2}{\sigma_{a2}^2 \lambda C_{\max}^2}} = \frac{a+1}{ar_{12}} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}.$$

Se observă că relaţia (9) este identică cu relaţia (1) corespunzătoare dimensionării în cazul cînd pretensionarea iniţială nu este limitată la o anumită valoare. De aici rezultă că celelalte caracteristici geometrice

(A_1, A_2, A_i) pot fi determinate cu relațiile (2)... (4), cu observația că asimetria a este încă necunoscută.

Valoarea efortului de autotensionare se poate determina din relația (8) în care s-a introdus relația (7') :

$$X = \frac{ar_{12} - 1}{a + 1} \sigma_{a2} A - H_0. \tag{10}$$

Efortul X depinde însă de încărcarea exterioară și poate fi determinat rezolvînd această structură odată static nedeterminată exterior. După ce se fac calculele necesare se obține :

$$X = \frac{2Dar_{12}(r_{12} + 1)(ar_{12} - 1)}{(a + 1)[(ar_{12} - 1)(3 + 2r_{12}) + \psi(3 + 2r_{12} - ar_{12})]} \sigma_{a2} A. \tag{11}$$

Din egalitatea ultimelor două relații se ajunge la ecuația :

$$2Dar_{12}(1 + r_{12})(ar_{12} - 1) + (C_1 + \psi C_2) C_3 = 0, \tag{12}$$

în care C_1 și C_2 au aceleași semnificații cu cele din [2], iar

$$C_3 = \Delta ar_{12} - ar_{12} + 1, \tag{13}$$

unde

$$\Delta = \frac{H_0}{\sigma_{a2} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12} + 1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}}.$$

Din rezolvarea ecuației (12) rezultă asimetria a, mărimea ei fiind funcție de efortul inițial H_0. În consecință, prin modificarea valorii pretensionării tirantului se modifică numai asimetria. Dacă ținem seama că ariile A_1 și A_i (relațiile (2), (4)), nu depind de acest parametru, rezultă că pentru o anumită grindă ariile tălpii comprimate și inimii depind exclusiv de valoarea momentului încovoietor determinat funcție de sarcinile exterioare. Mărimea efortului de pretensionare influențează aria tălpii întinse, cu alte cuvinte tirantul „ajută" secțiunea modificînd numai aria acestei tălpi. Dacă secțiunea tirantului se înlocuiește cu alta, echivalentă, din materialul grinzii, se obține un profil echivalent a cărei talpă inferioară are aria :

$$\bar{A}_2 = A_2 + \frac{\sigma_{at}}{\sigma_{a2}} A_t. \tag{14}$$

Avînd în vedere expresiile (3) și (4') rezultă :

$$\bar{A}_2 = \frac{r_{12}}{r_{12} + 1} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12} + 1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}. \tag{15}$$

S-a ajuns astfel la concluzia că secțiunea profilului echivalent (A_1, A_i și A_2) este independentă de asimetria a și poate fi astfel determinată direct din datele inițiale ale problemei.

4. În continuare se examinează dimensionarea optimă a unei grinzi nepresolicitate folosind pentru exprimarea caracteristicilor statice ale secțiunii, aceiași parametri: λ, m, a (v. [2]). În acest caz se observă că

$$a = \frac{h_2}{h_1} = \frac{\sigma_{a2}}{\sigma_{a1}} = \frac{1}{r_{12}}, \tag{16}$$

iar coeficientul m, determinat din condiția de secțiune optimă, este [2]:

$$m = \frac{2r_{12}}{(r_{12}+1)^2}. \tag{17}$$

Condiția de rezistență la fibra superioară, $W_1 = M/\sigma_{a1}$, exprimată în funcție de parametrii λ, m, a, devine:

$$\sqrt{\lambda m} A^3 \frac{6a - m(a+1)^2}{6(a+1)} = \frac{M}{\sigma_{a2} r_{12}},$$

de unde se poate deduce aria secțiunii transversale:

$$A = \sqrt[3]{\frac{M^2[6(a+1)]^2}{\sigma_{a2}^2 r_{12}^2 \lambda m [6a - m(a+1)^2]^2}}.$$

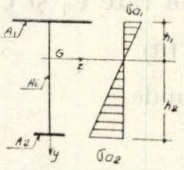


Fig. 2

Dacă în această relație parametrii a și m se înlocuiesc cu expresiile (16) și respectiv (17), se obține:

$$A = \frac{r_{12}+1}{r_{12}} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}.$$

Ariile părților componente ale secțiunii transversale, folosind relațiile din [2], devin:

$$A_1 = A\left(\frac{a}{a+1} - \frac{m}{2}\right) = \frac{1}{r_{12}(r_{12}+1)} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}, \tag{18}$$

$$A_2 = A\left(\frac{1}{a+1} - \frac{m}{2}\right) = \frac{r_{12}}{r_{12}+1} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}, \tag{19}$$

$$A_i = mA = \frac{2}{r_{12}+1} \sqrt[3]{\frac{9M^2(r_{12}+1)}{8\lambda\sigma_{a2}^2}}. \tag{20}$$

Se observă că relațiile (18) ... (20) sînt identice cu (2), (4), (15), ceea ce înseamnă că profilul echivalent este de fapt secțiunea unei grinzi obișnuite solicitată la încovoiere de aceleași sarcini exterioare, P_i, dar nepresolicitată. În consecință, dimensionarea se efectuează în modul următor: se determină secțiunea optimă a grinzii echivalente printr-un calcul obișnuit la încovoiere și apoi alegînd secțiunea tirantului se reduce în echivalent aria tălpii întinse. Secțiunea astfel obținută corespunde grinzii pretensionate și ea trebuie verificată în faza de pretensionare. Efortul de preîntindere inițială a tirantului se obține scăzînd din valoarea efortului capabil, valoarea autotensionării determinată prin rezolvarea sistemului static nedeterminat.

Dacă condiția de rezistență a grinzii este îndeplinită, dimensionarea este practic efectuată. În caz contrar se reduce secțiunea tirantului și se reface calculul pînă cînd și această condiție este satisfăcută.

5. În concluzie, dimensionarea grinzilor metalice presolicitate cu ajutorul unui tirant dispus la nivelul tălpii întinse se reduce la dimensionarea optimă a unei secțiuni echivalente obișnută solicitată la încovoiere.

Primită la 28 mai 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de statică și rezistență

BIBLIOGRAFIE

1. Беленя Е. И., *Предварительные напряжение в металлических сооружении.* М., 1963.
2. Precupa'nu D., *Le dimensionnement optimum des poutres métalliques prétensionnées.* Bul. Inst. polit. Iași, XVI (XX), *3–4* (1970).

SUR LE CALCUL DES POUTRES MÉTALLIQUES PRÉSOLLICITÉES

(Résumé)

On étudie le problème du dimensionnement optimum des poutres métalliques prétensionnées en une seule étape à l'aide d'un tirant rectiligne disposé au niveau de la semelle tendue, lorsque la presollicitation initiale est limitée à une certaine valeur H_0. Par conséquent, l'asymétrie est le seul paramètre qui se modifie par rapport au cas general étudié dans [2]. En partant de cette observation on arrive à la conclusion que le dimensionnement d'une poutre présollicitée peut être réduit au calcul habituel d'une poutre équivalente, sollicitée à la flexion.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 624.014.7

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE CRITICAL BUCKLING STRESSES OF THE STIFFENED AND UNSTIFFENED ELEMENTS

BY

GH. MĂRMUREANU

The buckling and postbuckling behavior of thin compression elements is an item of major concern in light gage metal construction. The study of the critical and postbuckling behavior of thin compression elements requires the experimental determination of the critical buckling stresses.

Consequently, an experimental investigation was carried out by writer on eleven short compression members. Two types of specimens were tested. One type was comprised of channels placed back to back to form an I section (Fig. 1), the other was fabricated from identical channels placed together to form a box section (Fig. 2). The two halves were joined by means of a structural adhesive. The specimen dimensions are given in Table 1.

Table 1

Specimen Dimensions

Specimen	D cm	B cm	t mm	w cm	w/t	Area cm²	L_0 cm
B1	6.586	4.805	1.62	5.148	31.67	0.450380	25.40
B2	8.793	4.775	1.62	7.355	45.25	0.520520	30.53
B3	10.459	4.752	1.62	8.996	55.34	0.565689	38.25
B4	11.656	4.747	1.62	10.215	62.84	0.598360	43.18
B5	12.926	4.729	1.62	11.485	70.65	0.641800	50.67
C2	4.429	3.215	1.95	2.544	13.00	0.392900	27.94
C3	4.424	3.875	1.95	3.201	16.43	0.448190	33.02
C4	4.424	4.195	1.95	3.523	17.90	0.472550	35.58
C5	4.420	4.487	1.95	3.815	19.50	0.493250	38.22
C6	4.404	3.882	1.95	3.210	16.41	0.445700	43.18
C7	4.428	3.872	1.95	3.200	16.36	0.445385	50.80

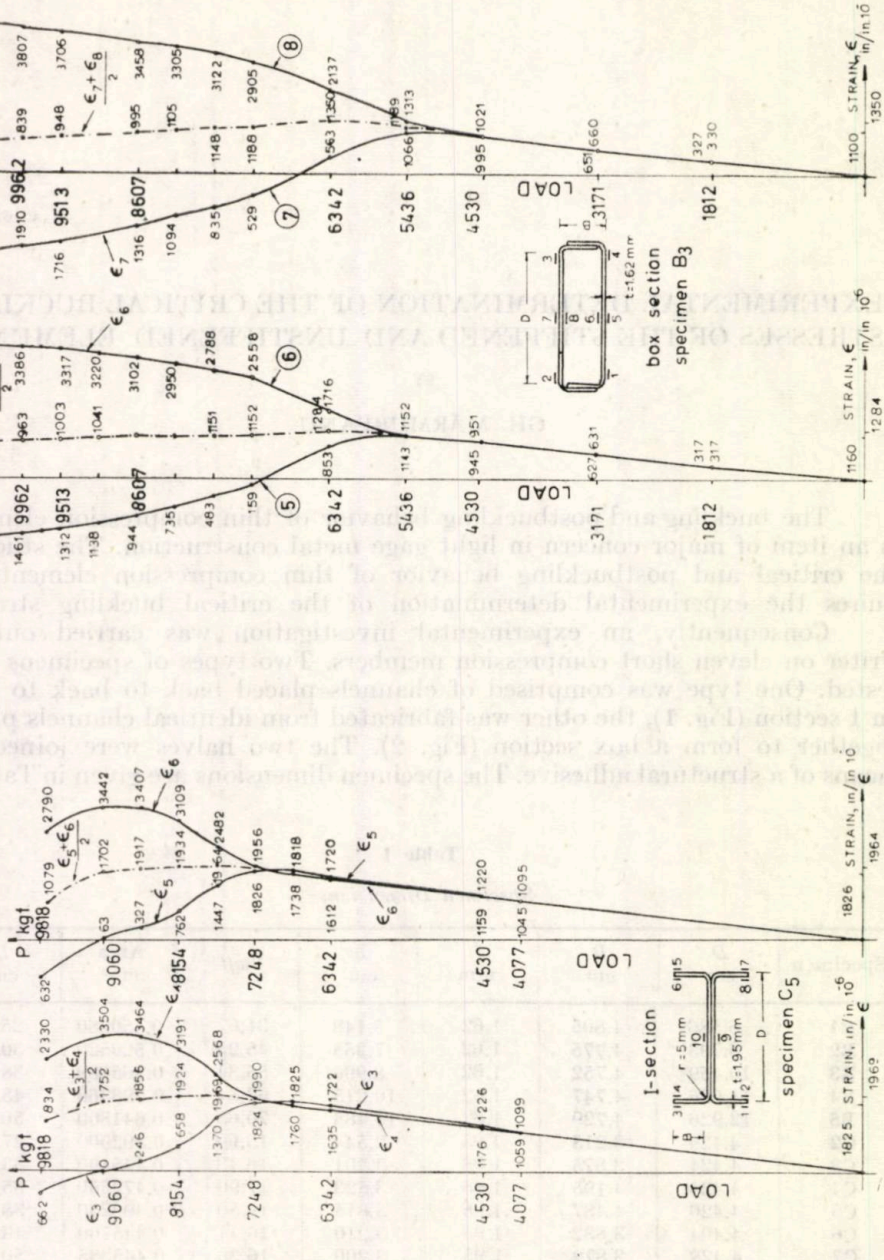


Fig. 2. — Strain vs. Load — Specimen B3.

Fig. 1. — Strain vs. Load — Specimen C5.

For all strain measurements were used resistance (SR-4) strain gages. The gage locations are shown in Figs. 1 and 2. Since all specimens were tested in the pin-ended condition, additional gages were placed at the quarter points, the purpose being centering of the specimen. The center gages were paired-one gage on the outer surface and one on the inner surface.

For determination of the critical buckling strains of the stiffened (box section) and unstiffened elements (I section) it were used three different criteria. These criteria were applied to the measured strains in the paired gages.

The first method for determination of the critical strain was the strain reversal method. The critical strain is taken as the strain at which the strain increament for one of a pair of gages begins to decrease. The physical meaning of this criterion is that the stress is beginning to change from uniform compression to combined bending and compression, the bending being caused by incipient waving. This method gives the lowest critical strain and the writer didn't take into consideration it.

The second criterion is the modified strain reversal method. Here the critical strain is taken as the maximum compressive strain in the gage on the convex side of the wave. Physically it means that there is sufficient bending so that the tensile bending strains become larger than the axial compressive strains. Also, this method is called the maximum surface strain method.

The third criterion used was the maximum midthickness strain method where the critical strain is taken as the maximum of the average of the strains in the paired gages. It was suggested in a slightly different form by J a m b o c k and C l a r k [2]. Physically it means that the bending strains have become large enough so that the average strain at the gage location is decreasing. Also, this method is called the maximum membrane strain method.

The critical strains obtained by application of the last two above criteria to the specimens tested are given in Table 2. In order to obtain a single value of the critical strain for a particular width-thickness ratio, the critical strains for the four, three or two positions were averaged. These values are shown as a function of load for only two specimens in Figs. 1 and 2. The corresponding critical stresses are determined from the stress—strain curve for the flat material, and they are also given. In Table 2 are also given the calculated and the experimental values of the critical stresses.

The relationship between stress (σ) and strain (ε) is

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002\left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^n . \tag{1}$$

Equation (1) is the „three parameter stress—strain curve" developed by R a m b e r g and O s g o o d [3] and modified by H i l l [1]. In the equation (1) σ_y is the compressive yield strength, E the modulus of elasticity. For aluminium alloys 6 061-T6 we have : $\sigma_y = 3\,000$ kgf/cm^2, $E = 723\,000$ kgf/cm^2 and $n = 22.70$.

Table 2

Experimental Critical Strains and Stresses

Specimen	Strain gage	Modified Strain Reversal Method			Maximum Midthickness Strain Method			$\varepsilon_{cr.}$ calc.
		$\varepsilon_{cr.}$ in μ_{in}	$\sigma_{cr.}$ kgf/cm²	$\sigma_{cr.\ avg.}$ kgf/cm²	$\varepsilon_{cr.}$ in. $\mu_{in.}$	$\sigma_{cr.}$ kgf/cm²	$\sigma_{cr.\ avg.}$ kgf/cm²	kgf/cm²
C3	1—2	2 489	1 696		2 574	1 754		
	3—4	2 000	1 362		2 561	1 745		
	5—6	2 200	1 498		2 633	1 794		
	7—8	2 442	1 663	1 554.75	2 636	1 796	1 772.25	1 764.12
C2	1—2	3 288	2 240		3 450	2 351		
	5—6	3 185	2 170	2 205.00	3 447	2 349	2 350.00	2 660.00
C4	1—2	2 050	1 397		2 241	1 526		
	3—4	2 197	1 497		2 226	1 514		
	5—6	2 061	1 404		2 074	1 409		
	7—8	1 851	1 261	1 389.75	2 179	1 483	1 483.00	1 476.30
C5	3—4	1 825	1 243		1 969	1 337		
	5—6	1 826	1 244		1 964	1 330		
	7—8	1 421	968	1 151.66	1 849	1 255	1 307.33	1 250.96
C6	3—4	2 010	1 369		2 321	1 582		
	5—6	1 321	1 321	1 345.00	2 388	1 627	1 604.50	1 722.00
C7	1—2	1 991	1 356		2 441	1 663		
	3—4	2 037	1 388		2 468	1 681		
	5—6	2 156	1 469		2 484	1 692		
	7—8	1 981	1 350	1 390.75	2 458	1 675	1 678.00	1 717.90
B1	5—6	2 882	1 930		3 165	2 157		
	7—8	2 758	1 879	1 904.60	3 176	2 164	2 160.50	2 520.00
B2	5—6	1 612	1 098		1 916	1 305		
	7—8	1 545	1 053	1 075.50	1 930	1 290	1 297.50	1 301.30
B3	5—6	1 160	790		1 284	875		
	7—8	1 100	749	769.50	1 350	920	897.50	870.10
B4	5—6	771	525		1 003	683		
	7—8	791	539	532.00	985	671	677.00	677.00
B5	5—6	689	469		796	542		
	7—8	686	467	468.00	804	547	544.50	536.00

Conclusions

1. The critical buckling strains and stresses obtained from tests by using various criteria have been compared with theoretical buckling stresses. Good agreement has been obtained between experiments and theory with maximum midthickness strain method.

2. Due to the gradually changing nature of bifurcation and the affecting factors involved, a more precise determination of critical buckling stresses is difficult.

Received, April 9, 1971

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Roads and Bridges

REFERENCES

1. Hill H. N., *Determination of Stress—Strain Relations from „Offset" Yield Strength Values.* NACA, TN 927, U. S. A.
2. Jambock J. R., Clark J. M., *Postbuckling Behavior of Flat Plates.* Trans. ASME, **127,** Part II, 227 (1962).
3. Ramberg W., Osgood W. R.. *Description of Stress—Strain Curve by Three Parameters.* NACA, TN 902, U. S. A.

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A EFORTURILOR UNITARE CRITICE DE FLAMBAJ ALE ELEMENTELOR PLANE RIGIDIZATE SAU NERIGIDIZATE

(Rezumat)

Sînt prezentate date experimentale cu privire la determinarea efortului unitar critic la flambaj al elementelor plane rigidizate sau nerigidizate de tipul pereţilor stîlpilor cu secţiune tubulară sau a stîlpilor cu secţiune dublu T. S-au folosit trei metode distincte. Prima metodă, a deformaţiei unitare inverse, nu poate fi aplicată totdeauna şi dă valori prea mici ale efortului unitar critic de flambaj. Cele mai apropiate valori ale efortului unitar critic la flambaj local, în comparaţie cu cele teoretice, calculate, s-au obţinut cu ajutorul metodei a treia, numită metoda deformaţiei unitare maxime din planul median.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 624; 533.275

EINFLUSS DER HYGROTHERMISCHEN EIGENSCHAFTEN DURCH DIE LAGE DER ISOLATIONSSCHICHT IN WÄNDE UND FLACHDÄCHER*)

VON

VIRGIL FOCŞA, RODICA SARDINO und I. GAVRILAŞ

1. Vorwort

Die übliche Wärmebemessung bei Konstruktionselementen (Aussenwände, Flachdächer) gründet auf die Feststellung der dem stationären thermischen Regime entsprechenden Eigenschaften.

Unter dieser Annahme wird der Wärmeübertragungswiderstand, R_0, der die Ungleichung

$$R_0 \geqslant R_{0\text{nec}} = \frac{t_i - t_e}{\Delta\tau_{i\max}} R_i n m, \tag{1}$$

befriedigen muss, errechnet. Darin bedeuten: t_i — Innenlufttemperatur, [°C], t_e — Berechnungstemperatur der Aussenluft, [°C], $\Delta\tau_{i\max}$ — zugelassene Maximaldifferenz zwischen Innenlufttemperatur und Innenflächentemperatur des Aussenbauteiles, [°C], R_i — oberflächlicher Wärmeaustauschwiderstand, [m² °C/W], n — ein von der Bauteillage abhängiger Koeffizient, m — thermischer Massivitätskoeffizient.

Da der Koeffizient nicht in Abhängigkeit von den Wärmeträgheitsindex berechnet wird, so ist

$$D = \sum_{k=1}^{n} R_k s_k, \tag{2}$$

(R_k — Wärmedurchlasswiderstand einer Schicht K, [m² °C/W], ausgedrückt; s_k — Wärmeassimilierungskoeffizient, [W/m² °C], des ausgedrückten Baustoffes, das in keiner Abhängigkeit von der Lage der die Bauteilstruktur

*) Mitgeteilt an der wissenschaftlichen Tagung der Technischen Hochschule Jassy, den 2–4. Juli 1970.

bildenden Schichten steht. Es wurde ergeben dass unter denselben Witterungsverhältnissen wurden die einzelne, aus denselben Schichten bestehende, aber doch durch ihre Lage verschiedene Wand- und Flachdachstrukturen, dasselbe Verhalten erweisen.

Man kann diese Folgerung nicht festhalten, da die Bemessung für stationärem Regime vorgenommen wird, während der tatsächliche Bauteilbetrieb unter veränderlichem thermischen Regime erfolgt.

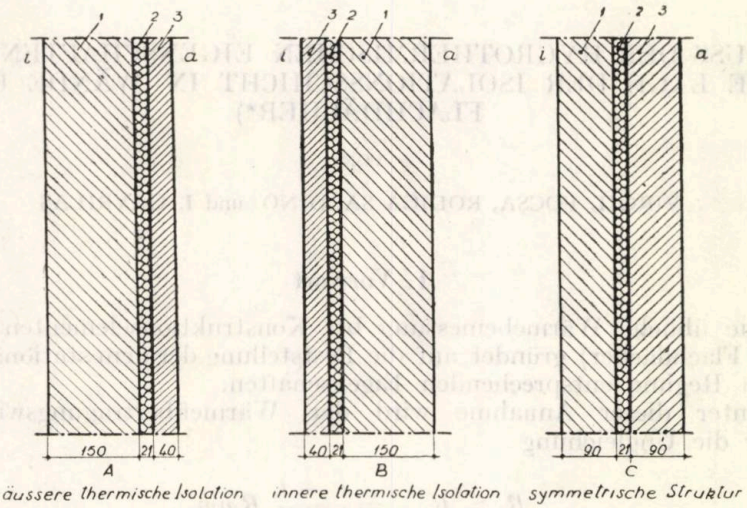


Abb. 1. — Wandstrukturen: *1* — Stahlbetonschicht, *2* — Thermische Isolierungsschicht, *3* — Stahlbetonschicht.

Es ergibt sich als besonders zweckmässig, die Untersuchung der Bauteilstrukturen auch unter anderen Gesichtspunkte, welche die Bequemlichkeit und die gute Betrieblichkeit der Bauwerke beeinflussen: die Temperaturdifferenz, welche in der Tragschicht, bei unterschiedlichen Witterungsverhältnissen, zwischen Sommer und Winter eintrettet; die den Bauwerken unter Winterverhältnissen angehäufte Wasserdampfmenge, und das Wasserdampf-Evakuieren unter Sommerverhältnissen.

Indem man den im Betrieb veränderlichen thermischen Regime betrachtet, ist es zweckmässig die Bauteilstruktur auch unter den Gesichtspunkt der Wärmeschwankungs-Dämpfung der Umgebung zu untersuchen.

Es wurden drei dreischichtige Wandstrukturen betrachtet (Abb. 1). Die ersten zwei zeichneten sich durch die Lage der Wärmeisolierungsschicht aus, während die dritte symmetrisch war, mit $R_0 = 0{,}79$ m^2° C/W

Für Flachdächer wurden ebenfalls drei Strukturen betrachtet (Abb. 2). Die ersten zwei zeichneten sich durch die Lage der Thermoisolierungsschicht aus, während die dritte aus einem homogenen Stoff, der eine tragfähige und eine wärmeisolierende Rolle spielte, ausgeführt war, mit $R_0 = 0{,}95$ m² °C/W^{-1}.

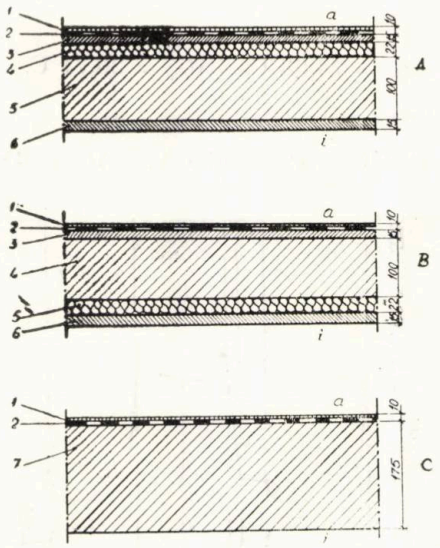


Abb. 2. — Flanchdachstrukturen: *A* — obere thermische Isolation, *B* — untere thermische Isolation, *C* — thermische Stahlbeton-Isolierplatte; *1* — Schutzschicht der feuchtigkeitsvertreibenden Isolation; *2* — feuchtigkeitsvertreibende Isolation; *3* — Ausgleichungschicht; *4* — thermische Isolation Polystiren; 5 — Decke aus monolithischen Stahlbeton; *6* — Verputz; *7* — Platte für Stahlbeton decke, thermischer Isolator.

2. Temperaturdifferenz in der Tragschicht

Man errechnet die Temperatur eines Schnittes, x, durch die Gleichung

$$t_x = t_i - \frac{t_i - t_e}{R_0} R_x, \quad [^\circ C]; \tag{3}$$

R_x — Warmeübertragungswiderstand bis in Schnitt x, [m² °C/W].

Die Bestimmung der Temperaturdifferenz in der Tragschicht unter Winter- und Sommerverhältnisse, ist für die Feststellung der mechanischen Spannungen die in der festen Tragschicht vorkommen können, nötig.

In Abb. 3, 4 und Tafel 1, 2 wird die Temperaturdifferenz die in der Tragschicht unter Winter- und Sommerverhältnisse, für die Klimazone *II* vorkommen könnte geschildert. Daraus ist zu ersehen dass die Struktur welche die tragfähige Betonschicht gegen die Innenseite des Raumes besitzt, das beste Verhalten, sowohl bei Wänden als auch bei Flachdächer erweist :

a) für Wände :

$$\Delta t_A = 22{,}52°C, \quad \Delta t_B = 78{,}33°C, \quad \Delta t_{C_1} = 20{,}71°C, \quad \Delta t_{C_2} = 80{,}21°C ;$$

b) für Flachdächer :

$$\Delta t_A = 19{,}5°C, \quad \Delta t_B = 67{,}6°C, \quad \Delta t_C = 35{,}4°C.$$

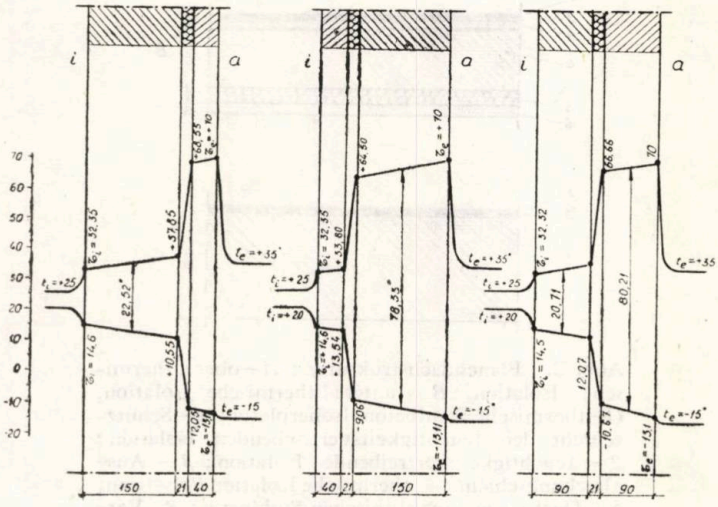


Abb. 3. — Temperaturdifferenz in der Tragschicht Wandstrukturen.

3. Angehäufte Wärmemenge

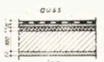
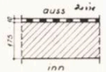
Die von einer Schicht A_i, einer Struktur im stationärem Regime angehäufte Wärmemenge, [J/m²], ist von ihrer Wärmeanhäufungsfähigkeit $d_i \rho_i c_i$ und der Mitteltemperatur der Schicht Δt_{mi} abhängig :

$$A_i = d_i \, \rho_i \, c_i \, \Delta t_{mi}, \tag{4}$$

wobei : d_i — die Schichtdicke, [m], ρ_i — die scheinbare Baustoffdichte, [kg/m³], c_i — die speziffische Baustoffwärme, [J/kg °C], Δt_{mi} — die Mitteltemperatur der Schicht, [°C], bedeutet.

Es ergibt sich für die gesamte Struktur

Symbol	Struktur	Schichtbenennung	Thermophysiche Stoffeigenschaften: Wärmeleitzahl λ W/m°C	Scheinbare Dichte ρ kg/m³	Spezifische Wärme c J/kg °C	Dampfdurchlässigkeitskoeffizient μ g/m h mm Hg	Thermischer Assimilierungskoeffizient S W/m² °C	Temperaturdifferenz in der Tragschicht: Thermischer Durchlässigkeits Widerstand R m² °C/W	Temperaturdifferenz Δt °C	Angehäufte Wärmemenge: Kalorische Anhäufungsfähigkeit J/m² °C	Angehäufte Wärmemenge: Winter A J/m²	Angehäufte Wärmemenge: Sommer A' J/m²	Kondensierte oder ausgeschiedene Wasserdampfmenge: Wasserdampf-Durchlässigkeitswiderstand R_v m² h mm Hg/g	Spezifischer Wasserdampfdurchfluss: Winter P_ω g/m² h	Spezifischer Wasserdampfdurchfluss: Sommer P_v g/m² h	Schwingungsdämpfung der Aussenluft- und Innenlufttemperatur: Thermische Trägheitzahl D	Schwingungsdämpfung der Aussenluft ν: genaues Verfahren	Schwingungsdämpfung der Aussenluft ν: näherungs Verfahren	Schwingungsdämpfung der Innenluft ν': genaues Verfahren	Temperaturschwingungs-Amplitude: A_{t_i} °C	A_{τ_i} °C	A_{t_i} °C	A'_{τ_i} °C	$A_{i\,tot}$ °C
A		Tragbetonsehicht Thermische Isolation Schutzbetonschicht	1,62 0,04 1,62	2 400 20 2 400	0,8363.10³ 1,4635.10³ 0,8363.10³	0,004 0,008 0,004	15,31 0,29 15,31	0,092 0,516 0,0241	22,52	302,10³ 0,615.10³ 80,4.10³	+2 770.10³	+16 110.10³	37,5 2,60 10	0,27	1,75	1,41 0,15 0,378	18,4	20,8	2,68		0,326		1,12	1,446
										383.10³														
B		Schutzbetonschicht Thermische Isolation Tragbetonschicht	1,62 0,04 1,62	2 400 20 2 400	0,8363.10³ 1,4635.10³ 0,8363.10³	0,004 0,008 0,004	15,31 0,29 15,31	0,0241 0,516 0,092	78,33	80,4.10³ 0,615.10³ 302,10³	−2 210.10³	+22 990.10³	10 2,60 37,5	0,62	2,10	0,378 0,15 1,41	13,8	17,3	1,43	±6	0,435	±3	2,1	2,535
										383.10³														
C		Betonschicht Thermische Isolation Betonschicht	1,62 0,04 1,62	2 400 20 2 400	0,8363.10³ 1,4635.10³ 0,8363.10³	0,004 0,008 0,004	15,31 0,29 15,31	0,055 0,516 0,055	20,71 80,21	181,10³ 0,615.10³ 181.10³	+251.10³	+18 650.10³	22,5 2,6 22,5	0,37	1,31	0,847 0,150 0,847	14	17,8	2,06		0,428		1,45	1,878
										363.10³														

Symbol	Struktur	Schichtbenennung	Thermophysische Stoffeigenschaften: Wärmeleitzahl λ W/m °C	Scheinbare Dichte ρ kg/m³	Spezifische Wärme C J/kg°C	Dampfdurchlässigkeitskoeffizient μ g/m h mm Hg	Thermischer Assimilierungskoeffizient S W/m² °C	Temperaturdifferenz in der Tragschicht: Thermischer Durchlässigkeits Widerstand R m² °C/W	Temperaturdifferenz Δt °C	Angehäufte Wärmemenge: Kalorische Anhäufungsfähigkeit J/m² °C	Angehäufte Wärmemenge: Winter A J/m²	Angehäufte Wärmemenge: Sommer A' J/m²	Kondensierte oder ausgeschiedene Wasserdampfmenge: Wasserdampf-Durchlässigkeitswiderstand R_v m² hmm Hg/g	Spezifischer Wasserdampfdurchfluss: Winter P_ω g/m² h	Spezifischer Wasserdampfdurchfluss: Sommer P_v g/m² h	Schwingungsdämpfung der Aussenluft- und Innenluftemperatur: Thermische Trägheitzahl D	Schwingungsdämpfung der Aussenluft ν: genaues Verfahren	Schwingungsdämpfung der Aussenluft ν: Näherungs Verfahren	Schwingungsdämpfung der Innenluft ν': genaues Verfahren	Temperaturschwingungs-Amplitude: A_{t_e} °C	A_{τ_i} °C	A_{t_i} °C	A_{τ_i} °C	$A_{ri\ tot}$ °C
A		Hydroisolation Ausgleichungsschicht thermische Isolation Betonplatte Verputz	0,12 1,39 0,04 1,62 0,87	600 2200 20 2400 1700	1,4635.10³ 0,8363.10³ 1,4635.10³ 0,8363.10³ 0,8363.10³	0,0055 0,008 0,004 0,013	3,42 13,57 0,29 15,31 9,45	0,0516 0,0103 0,056 0,060 0,0172	19,5	8,8.10³ 27,8.10³ 0,67.10³ 201.10³ 21,3.10³	+2730.10³	+9760.10³	25 2,5 2,7 25 1,2	0,24	1,10	0,177 0,140 0,1625 0,925 0,163		17,3	2,27	6	0,346	±3	1,32	1,666
										260.10³															
B		Hydroisolation Ausgleichungsschicht Betonplatte thermische Isolation Verputz	0,12 1,39 1,62 0,04 0,77	600 2200 2400 20 1700	1,4635.10³ 0,8363.10³ 0,8363.10³ 1,4635.10³ 0,8363.10³	0,0055 0,004 0,008 0,013	3,42 13,57 15,31 0,29 9,45	0,0516 0,0103 0,060 0,056 0,0172	67,6	8,8.10³ 27,8.10³ 201.10³ 0,67.10³ 21,3.10³	−1420.10³	+15290.10³	25 2,5 25 2,7 1,2	1,847	5,58	0,177 0,140 0,925 0,1625 0,163		15,17	1,22	6	0,395	±3	2,46	2,855
										260.10³															
C		Hydroisolation Betonplatte	0,12 0,23	600 600	1,4635.10³ 0,8363.10³	0,035	3,42 2,90	0,0516 0,756	35,4	8,8.10³ 8,8.10³	+67.10³	+4920.10³	25 5,85	1,42	4,58	0,177 2,2		10,2	1,28	6	0,585	±3	2,32	2,905
										97.10³															

(5) $$A = \sum_{i=1}^{n} A_i .$$

Die Bestimmung der von den Bauteilen angehäufte Wärmemenge ist für die Ermittlung des Verhaltens, sowohl unter unstetigem Erwärmungs-Regime im Winter als auch unter Einwirkung der Sonnenbestrahlung im Sommer nützlich.

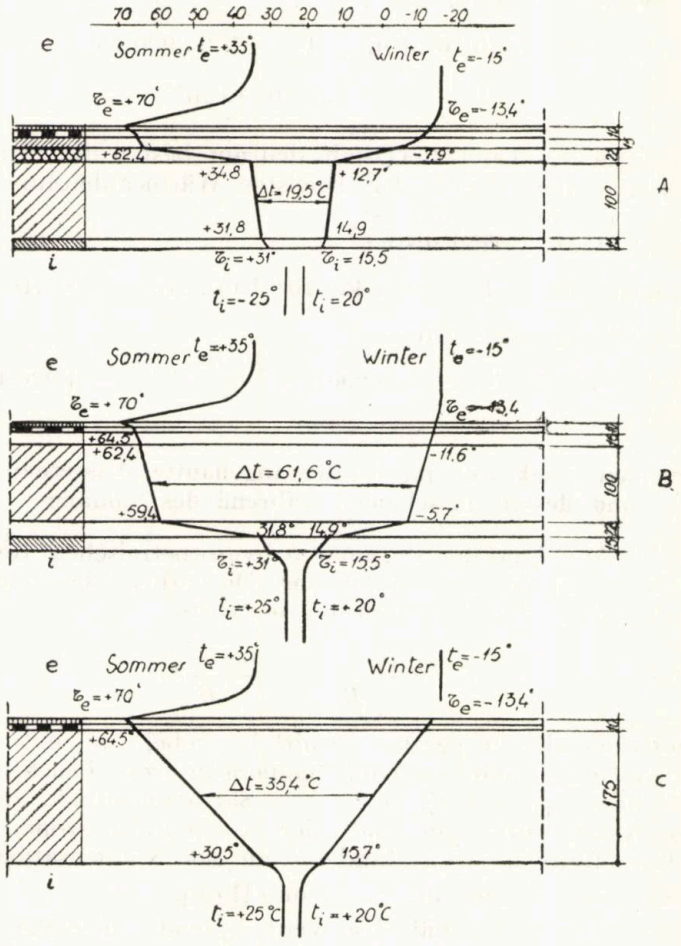


Abb. 4. — Temperaturdifferenz in der Tragschicht Flachdachstrukturen.

Betrachtet man nun die Angaben welche in Tafel 1 für Wände geschildert wurden, ist daraus zu ersehen dass das beste Verhalten, was Wärmeanhäufung anbetrifft, die Struktur mit der gegen den Innenraum

gerichteten tragfähigen Betonschicht aufweist (welche auch die höchste Wärmeanhäufungsfähigkeit besitzt), die eine maximale Wärmemenge im Winter und eine minimale Wärmemenge im Sommer anhäuft.

a) Unter Winterverhältnisse :

$$A_A = + 2\,770.10^3 \text{ J/m}^2, \quad A_B = - 2\,210.10^3 \text{ J/m}^2, \quad A_C = + 251.10^3 \text{ J/m}^2.$$

b) Unter Sommerverhältnisse :

$$A'_A = + 16\,110.10^3 \text{ J/m}^2, \quad A'_B = + 22\,990.10^3 \text{ J/m}^2,$$

$$A'_C = + 18\,650.10^3 \text{ [J/m}^2\text{]}.$$

Bei Flachdächer (Tafel 2) verhält sich am besten die Struktur derer tragfähige Betonschicht (mit der höchsten Wärmeanhäufungsfähigkeit), gegen den Innenraum gerichtet ist.

a) Unter Winterverhältnisse :

$$A_A = + 2\,730.10^3 \text{ J/m}^2, \quad A_B = + 1\,420.10^3 \text{ J/m}^2, \quad A_C = + 67.10^3 \text{ J/m}^2.$$

b) Unter Sommerverhältnisse :

$$A'_A = + 9\,760.10^3 \text{ J/m}^2, \quad A'_B = + 15\,290.10^3 \text{ J/m}^2, \quad A'_C = + 4\,920.10^3 \text{ J/m}^2.$$

4. Die von den Strukturen im Winter angehäufte Wasserdampfmenge und dessen ausscheiden während des Sommers

Unter der Annahme des stationären hygrothermischen Regime, wird der unter Winterverhältnisse spezifische Durchfluss des kondensierten Wasserdampfes, P_ω, [g/m² h], durch das Verhältnis

$$P_\omega = \frac{p_i - p_{s1}}{R'_v} - \frac{p_{s2} - p_e}{R''_v} \tag{6}$$

(im Falle einer Kondensationszone) ermittelt, wobei : p_i, p_e — Dampfteildruck der Innenluft- und Aussenlufttemperatur bzw. Feuchtigkeit unter Winterverhältnisse, [mm Hg], p_{s1}, p_{s2} — Sättigungsdruck des Wasserdampfes am Anfang bzw. am Ende der Kondensationszone, [mm Hg], R'_v, R''_v — Dampfdurchlasswiderstand bis an der Kondensationszone bzw. von der Kondensationszone aus, [m² h mm Hg/g].

Der unter Sommerverhältnisse verdampfende mögliche spezifische Wasserdampfdurchfluss, wird durch das Verhältnis

$$P_v = \frac{p_m - p'_i}{R'_v} - \frac{p_m - p'_e}{R''_v}, \tag{7}$$

(im falle einer Kondensationszone) ermittelt, wo

$$p_m = \frac{p'_{s1} + p'_{s2}}{2} \tag{8}$$

und p'_i, p'_e, p'_{s1}, p'_{s2} — entsprechenden Sommerverhältnissen.

Um befriedegende Betriebsbeziehungen zu sichern, muss $P_v > P_\omega$ sein.

Wenn man die Wand- und die Flachdachstrukturen betrachtet (Tafel 1, 2) ist daraus zu ersehen dass, was Feuchtigkeitsanhäufung anbetrifft, verhält sich am besten die Struktur mit der tragfähigen Betonschicht, d. h. die Schicht welche den höchsten Dampfdurchlasswiderstand gegen den Innenraum besitzt :

a) für Wände :

$$P_{\omega_A} = 0{,}27 \text{ g/m}^2\text{ h}, \quad P_{\omega_B} = 0{,}62 \text{ g/m}^2\text{ h}, \quad P_{\omega_C} = 0{,}37 \text{ g/m}^2\text{ h},$$

b) für Flachdächer :

$$P_{\omega_A} = 0{,}24 \text{ g/m}^2\text{ h}, \quad P_{\omega_B} = 1{,}847 \text{ g/m}^2\text{ h}, \quad P_{\omega_C} = 1{,}42 \text{ g/m}^2\text{ h}.$$

Als man die Wasserdampfablassfähigkeit unter Sommerverhältnisse sowohl durch den Innenraum als auch durch den Aussenraum betrachtet, zeigen sämtliche Strukturen eine Wasserdampfdurchlassfähigkeit ($P_v > P_\omega$).

5. Dämpfung der Lufttemperaturschwankungen

Die Sicherung einer zulässigen Temperatur für die innerliche Fläche der Aussenwand, schliesst das Studium über den Einfluss welchen die Temperaturschwankungen der Aussen- oder Innenluft auf die Temperatur der innerlichen Fläche der Wände verübt, ein.

Mit Annahme des unstationären einrichtigen thermischen Regime, lautet die Gleichung des thermischen Feldes

$$\frac{\partial t}{\partial T} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \tag{9}$$

wobei : t — Temperatur im Schnitt mit der Koordinate x im Moment T, a — Wärmediffusionskoeffizient das durch das Verhältnis

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}, \text{ [m}^2\text{/h]}, \tag{10}$$

bestimmt wird, λ — Wärmeleitungskoeffizient [W/m °C].

Bei der Lösung der Gleichung wird als veränderlich betrachtet entweder nur die Innenlufttemperatur oder nur die Aussenlufttemperatur.

Für eine mehrschichtige Struktur ist die Dämpfung der Temperaturschwankungen β_m, für einer beliebigen m Schicht,

$$\beta_m = \text{ch } R_m s_m \sqrt{i} + M_m^{in} \text{ sh } R_m s_m \sqrt{i}, \tag{11}$$

wobei : R_m — Wärmedurchgangswiderstand der Schicht, [m² °C/W], s_m — Wärmeassimilierungskoeffizient des Baustoffes der Schicht m, [W/m² °C], ist und

$$M_m^{in} = \frac{Q^{in}}{\theta^{in} s_m \sqrt{i}}. \tag{12}$$

Hier Q^{in} und θ^{in}, der Wärmefluss bzw. Wärmeschwankungen an der Anfangsfläche der Schicht m bedeutet.

Die volle Dämpfung der Temperaturschwankungen wird durch das Verhältnis

$$\beta_{tot} = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_m \beta_{luft} \tag{13}$$

wiedergegeben, wobei β_{tot} — eine komplexe Zahl, derer Modulus ν, die Amplitudedämpfung der Innen- oder Aussenlufttemperaturschwankungen bedeutet.

Dieses genaue Berechnungsverfahren der Amplitudedämpfung von Temperaturschwankungen ist mühsam, da es Rechnungen mit komplexen Zahlen einschliesst. Zur Vereinfachungen der Rechnungen wird in Stas 6 472-68 ein Näherungsverfahren vorgeschlagen, worin die Rechnungen mit komplexen Zahlen durch derer Modulenrechnungen vertretten sind.

Die Dämpfung der Temperaturschwankungsamplitude, ν, $\nu = A_{t_e}/A_{\tau_i}$, $\nu' = A_{t_i}/A_{\tau_i}$), ist durch das Verhältnis

$$\nu = 0{,}9\, e^{\frac{D}{\sqrt{2}}} \frac{(s_1 + \alpha_i)(s_2 + U_1)(s_3 + U_2) \dots (s_n + U_{n-1})(\alpha_e + U_n)}{(s_1 + U_1)(s_2 + U_2)(s_3 + U_3) \dots (s_n + U_n)\alpha_e}, \tag{14}$$

wiedergegeben, worin D — der Wärmeträgheitsindex des Bauteiles, $s_1,\dots,s_n$ –die Wärmeassimilierungskoeffizienten des Schichtstoffes, [W/m² °C], $U_1,\dots,U_n$ –die Wärmeassimilierungskoeffizienten der Schichtaussenfläche, [W/m² °C], bedeutet.

Wenn man einmal für Aussenlufttemperaturschwankungen und dann für Innenlufttemperaturschwankungen, die Amplitudedämpfung der Temperaturschwankungen errechnet, erhält man durch Summierung der Ergebnisse, die Amplitudedämpfung der Temperaturschwankungen, welche den tatsächlichen Verhältnissen entspricht, wenn es Veränderungen der Aussenlufttemperatur und Innenlufttemperatur vorhanden sind.

Unter den Gesichtpunckt der Wärmeschwankungsdämpfung bei Wände und Flachdächer (Tafel 1, 2) erwies das beste Verhalten, sowohl bei Aussenluftschwankungen, als auch bei Innenluftschwankungen, die Struktur welche die tragfähige Betonschicht besitzte, d. h. die gegen den Innenraum gerichtete Schicht, welche den höchsten Wärmeträgheitsindex hatte.

Im Falle der Wände, ist für die Aussenlufttemperaturschwankungen $\nu_A = 18{,}4$, $\nu_B = 13{,}8$, $\nu_C = 14$ und für die Innenlufttemperaturschwankungen $\nu'_A = 2{,}68$, $\nu'_B = 1{,}43$, $\nu'_C = 2{,}06$.

Im Falle der Flachdächer ist für die Aussenlufttemperaturschwankungen $\nu_A = 17{,}3$, $\nu_B = 15{,}17$, $\nu_C = 10{,}2$ und für die Innenlufttemperaturschwankungen $\nu'_A = 2{,}27$, $\nu'_B = 1{,}22$, $\nu'_C = 1{,}28$.

Eingegangen am 4 Februar 1971

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Bauwesen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Focșa V., *Higrotermia și acustica clădirilor*. Inst. polit., Iași, 1968.
2. Sclover A. M., *Transmisia căldurii în cazul fenomenelor termice periodice*, (aus russisch übersetzt). I.D.T., Buc., 1952.
3. * * * *Termotehnica în construcții*. STAS 6 472-1 968.

INFLUENȚA POZIȚIEI STRATULUI DE TERMOIZOLAȚIE, ÎN PEREȚI ȘI TERASE, ASUPRA CARACTERISTICILOR HIGROTERMICE

(Rezumat)

Se studiază influența poziției stratului de termoizolație asupra comportării unor structuri de pereți și acoperișuri terasă în mai multe straturi.

Se iau în considerare: diferența de temperatură în stratul portant datorită condițiilor climatice diferite între iarnă și vară; cantitatea de căldură acumulată de structuri în condiții de iarnă și vară; cantitatea de umiditate acumulată de structuri prin condensarea vaporilor de apă în condiții de iarnă și posibilitatea de eliminare a umidității prin evaporare, în condiții de vară; amortizarea oscilațiilor de temperatură ale aerului interior și exterior.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. D. 624.1

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE *IN SITU* DU GLISSEMENT DES VERSANTS TG. COPOU DE LA COLLINE COPOU—JASSY (V)*)

PAR

PAUL COSMULESCU

1. Introduction

Le problème de la connaisance de l'évolution des phénomènes spécifiques aux versants susceptibles au glissement et de l'étude systématique, *in situ* et en fonction du temps, du comportement des terrains afférents, représente une préoccupation particulière très actuelle dans l'exécution des projets et des bâtiments. Certainement, on a eu en vue premièrement les possibilités d'emplacer dans ces terrains, en totale sécurité, les différents bâtiments de même que les phénomènes défavorables qui peuvent survenir.

À Jassy [1], où nous avons effectué les recherches, il existe à présent et se sont manifestés aussi dans le passé des phénomènes de glissement qui affectent le périmètre citadin qui comprend en sa majorité des collines et des versants.

Les versants de la colline de Copou, sur lesquels on a bâti d'importants édifices social-culturels, présentent des phénomènes de glissement.

Tenant compte de ces aspects nous envisageons [2] l'étude du comportement de quelques versants de la colline de Copou, en utilisant des méthodes nucléaires, afin de connaître d'abord :

a) la dynamique de l'humidité et du poids volumétrique des sols, ainsi que

b) le mouvement de l'eau souterraine : vitesse, direction de déplacement et débit.

On a pris en considération le fait que ces caractéristiques géotechniques et hydrologiques sont des paramètres principaux qui influencent la stabilité des versants en dehors d'autres facteurs comme : la pente, l'énergie du relief et la structure lithologique du terrain, étudiés auparavant.

*) Présentée lors de la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, le 2—4 Juillet 1970.

Les études que nous avons effectué en étapes dans l'intervalle 1965—1969[1]) ont bénéficié de l'aimable collaboration des collectifs de recherche de l'Institut de Physique Atomique de Bucarest[2]).

2. Méthodes nucléaires et dispositifs expérimentaux utilisés

Les versants de la Colline de Copou et spécialement le versant Tg. Copou (fig. 1), qui nous intéressent et sur lesquels on a effectué les recherches, ont été sectionnés par des profils lithologiques d'amont vers aval, calculés et réalisés en suivant les besoins des études entreprises et marqués en terrain par des forages à tuyaux en matière plastique $\varnothing = 50$ mm sur le versant. On a réalisé ainsi un nombre de forages totalisant 230 ml forés et 1 100 ml environ de profils lithologiques.

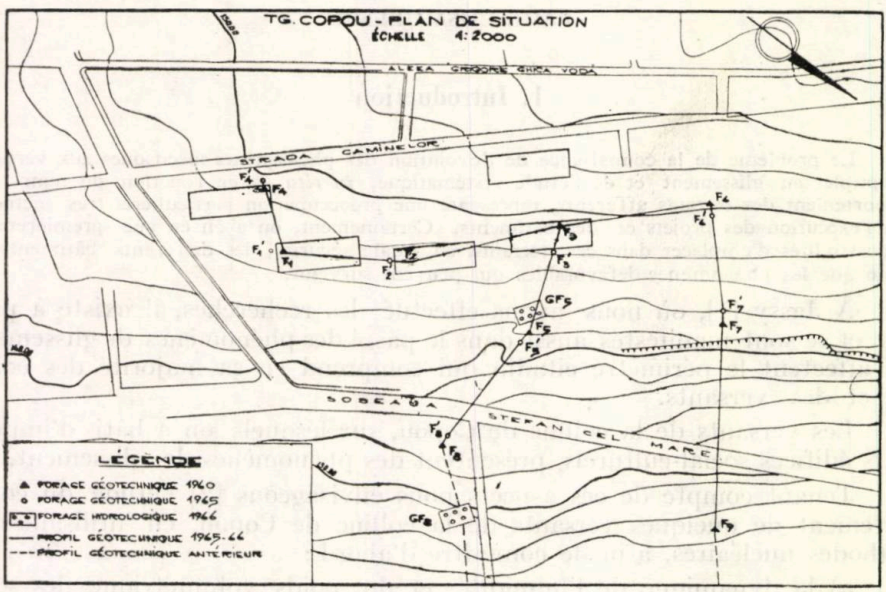
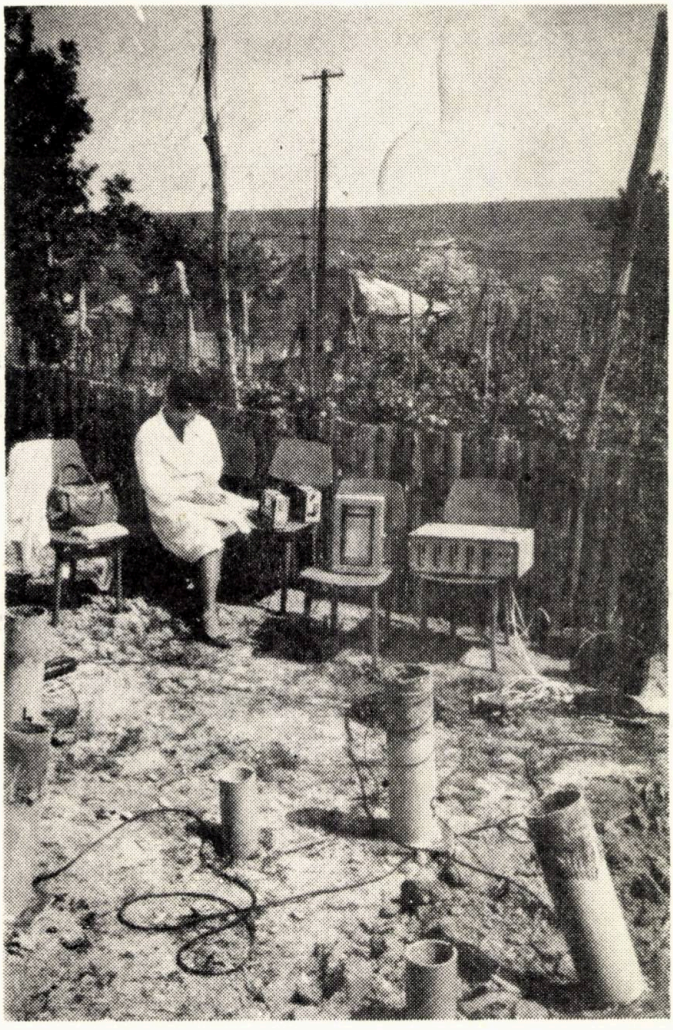


Fig. 1

Parallèlement à ces forages, destinés aux mesures des humidités par la dispersion des neutrons et de la densité par la méthode gamma-gamma, ont été effectués aussi des groupes de forages pour les études radiohydrologiques. Ces groupes de forages, emplacés en terrain dans des zones pré-

[1]) Les dernières données ont été prélevées sur les deux versants en septembre 1969.
[2]) Collaboration de MM. les ingénieurs I. Apostol et E. Gaspar faisant partie de la section conduite par M. le Dr. M. Oncescu.



Fig, 2

Fig. 3

établies, ont été équipés conformément aux méthodes d'investigation utilisées, de la manière suivante :

a) *La méthode de la dilution ponctuelle* [3] a nécessité l'immersion du détecteur dans le milieu du volume d'eau contenu dans le forage, pour la mesure, en utilisant comme traçoir I^{131}. Par la mesure de la diminution de la concentration de dilution radioactive (réalisé en forage) en temps, et pour chaque forage ou groupe de forages, on a déterminé la vitesse apparente de déplacement du courant d'eau (fig. 2).

b) *La méthode des forages d'observation* [3], par laquelle on a poursuivi l'apparition de l'isotope radioactif lancé dans le forage d'injection d'aval dans le forage d'observation d'amont.

En connaissant la distance entre les deux forages et la durée maxima pour laquelle on a enregistré l'intensité maxima du nuage chargé dans le forage d'observation, on a réussi à calculer la vitesse de déplacement réelle de l'eau souterraine (fig. 3). Dans les forages radiohydrologiques on a prélevé des échantillons d'eau en vue de l'analyse chimique, en déterminant la probabilité de l'apparition des phénomènes de la rétention du traçoir radioactif ou l'existence de certains éléments chimiques caractéristiques spécifiques.

c) *Les mesures radio-densimétriques* ont été effectuées à l'aide du densimètre-sonde radiométrique gamma-gamma, réalisé à l'Institut de Physique Atomique de Bucarest, ayant comme source Cs^{137} à une activité de 10 mCi. Le principe connu des mesures radiométriques de densité est basé sur l'interaction de la radiation gamma à la substance, l'effet Compton étant prédominant pour des énergies de radiation de 0,5...10 MeV et pour des nombres atomiques du milieu investigué $Z \leqslant 30$.

d) *Les mesures de l'humidité* des terrains ont été effectuées d'abord à l'aide d'une sonde humidimétrique, construite à l'Institut de Physique Atomique de Bucarest et équipée avec une source de Radium-Bérilium. L'appareil a fourni des données qui se rapportent au contenu de l'humidité du terrain, étant équipé seulement avec un tube compteur à BF_3.

Pendant les étapes des recherches à l'Institut de Physique Atomique de Bucarest on a réalisé un humidimètre massique. Avec ce type d'humidimètre perfectionné on a effectué les dernières mesures, sur le terrain, à Jassy, entre le 3 et le 5 septembre 1969.

Le principe connu pour la détermination de l'humidité volumétrique consiste dans la dispersion des néutrons rapides résultée de la source de Ra-Be. La collision des néutrons rapides avec les noyaux de hydrogène conduit à leur ralentissement jusqu'aux énergies thermiques, en permettant l'enregistrement des néutrons thermiques par le tube compteur avec BF_3.

La détermination de la densité des matériaux à l'aide de l'humidimètre massique a été effectuée en utilisant le principe de la dispersion des quanta gamma — déjà montré — résultée aussi de la source de Ra + Be et enregistrée par les tubes compteurs Geiger-Müller.

L'étalonnement de l'appareillage radiométrique a été effectué sur des étalons contenant un mélange de sable et d'alun ammoniacal et dans des vases contenant des échantillons de sol prélevées du terrain étudié.

Les travaux réalisés ont été précédés par des études préliminaires, *in situ* et dans le laboratoire, nécessaires à l'élaboration des méthodes radiométriques.

3. Présentation et discussion des résultats

Les nombreux résultats expérimentaux obtenus ne nous permettent pas d'insister que sur quelques cas typiques.

Les mesures radiométriques de l'humidité et de la densité, effectuées durant les années 1965—1969, ont été centralisées dans des tableaux et analysées pour chaque versant, profil et forage à part.

On a mis en parallèle, pour pouvoir les comparer et mieux corréler, les résultats des mesures de γ_w, W_v[3]) et $W(\%)$ avec celles classiques sur toute la profondeur de chaque forage et par des étapes de recherche en temps.

En poursuivant une très édifiante interprétation, on a élaboré, en se basant sur les données présentées, des profils hydriques et hydriques — densimétriques sur la profondeur de toute la colonne lithologique des forages (fig. 4 et 5).

De la même manière on a procédé aussi avec les dernières mesures (3...5 septembre 1969).

Les mesures radio-hydrologiques effectuées sur les deux versants ont indiqué, en général, des vitesses d'écoulement de l'eau souterraine relativement réduites, mais entièrement concordantes avec la nature et les caractéristiques hydrologiques du terrain étudié (argile poussiéreuse loessoïdale). Les vitesses de l'eau phréatique ainsi que les débits enregistrés sont plus grandes sur le versant Nord-Est Tg. Copou par rapport avec le versant Sud-Ouest (Jardin Botanique), ce qui représente un élément significatif qui sépare les deux zones du point de vue du comportement à la stabilité.

Les études effectuées sur les versants de la colline de Copou ont permis à réaliser, pour la première fois, pour cette importante forme de relief de la ville de Jassy, un profil complet (E-W) de la colline de Copou, ainsi que la caractérisation géomorphologique, hydrologique et géotechnique des formes de relief afférentes, en prenant en considération les phénomènes de l'instabilité signalés sur ces versants (fig. 6).

À partir de ces observations on a déduit que la zone étudiée présente, dans la profondeur jusqu'à laquelle les forages ont pénétré, les suivants éléments lithologiques :

a) La couche végétale qui varie entre 0,20 et 1,20 m épaisseur,

---

[3]) W_v = g H_2O/100 cm^3 substance humide.

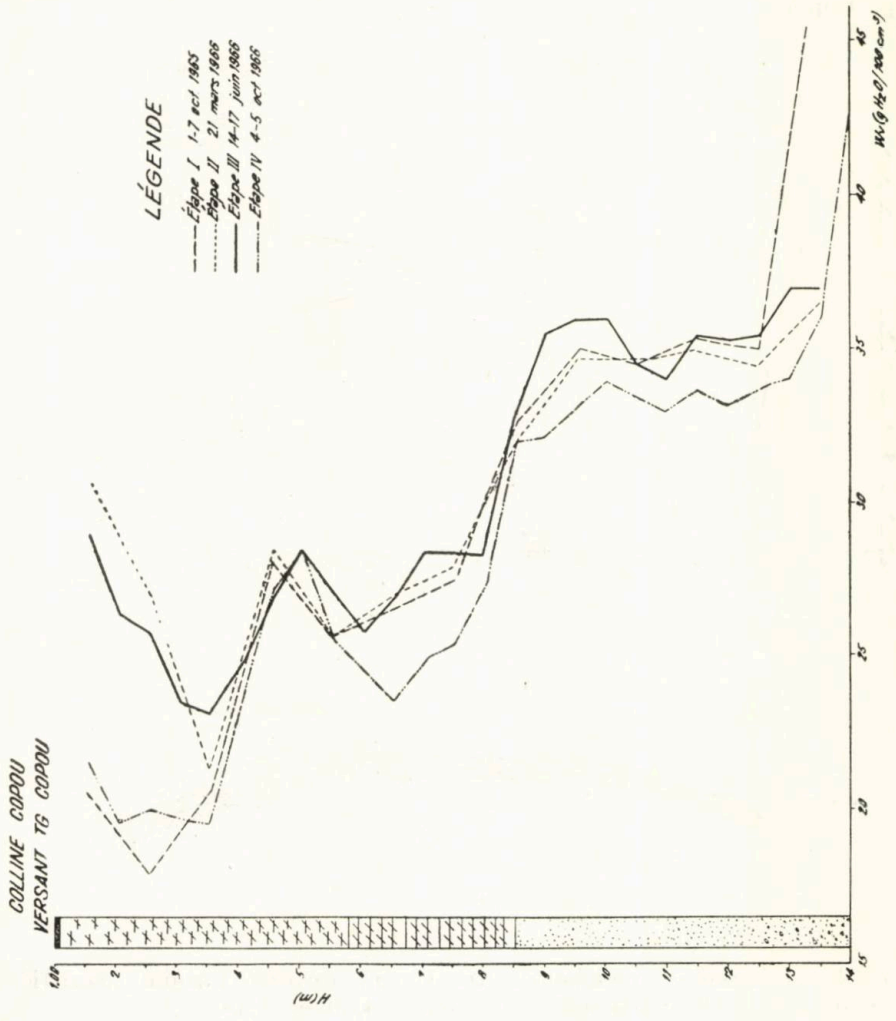

LÉGENDE
Étape I 1-7 oct 1965
Étape II 21 mars 1966
Étape III 14-17 juin 1966
Étape IV 4-5 oct 1966
COLLINE COPOU
VERSANT TG COPOU
H (m)
W (g H2O / 100 cm3)

Fig. 4

b) Un premier paquet de poussière argileuse et d'argile poussiéreux jaune-marron, à l'aspect loessoïde. L'épaisseur de cette couche est de 6...6,40 m en amont, diminuant lentement vers l'aval. Au-dessous de cette couche on a signalé des lentilles minces de sable saturé, ce qui a été relevé dans tous les profils hydriques et surtout sur un des alignements du versant de Tg. Copou.

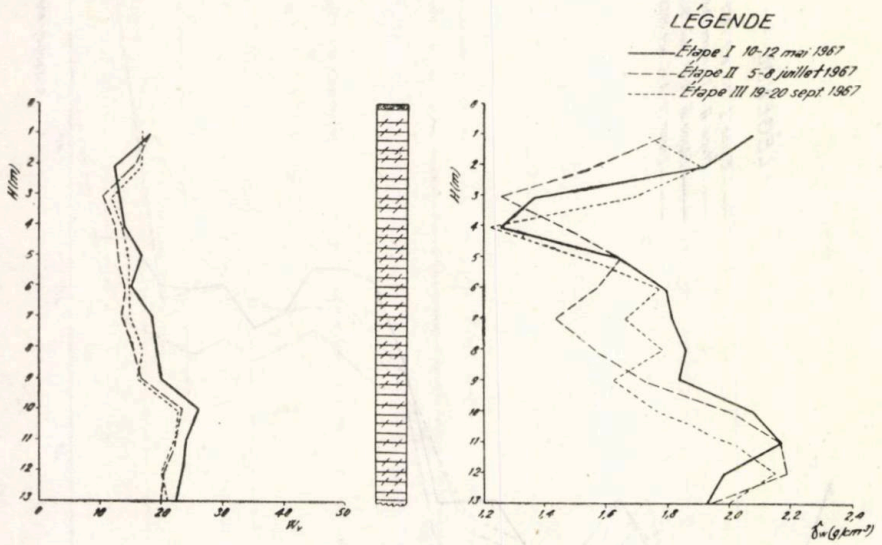


Fig. 5

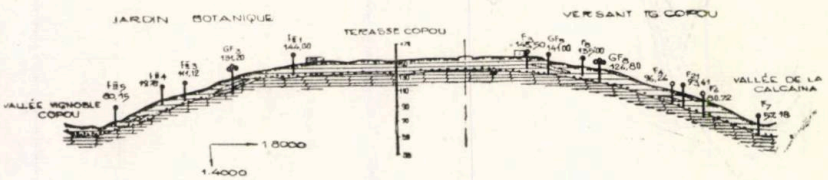


Fig. 6

c) Une deuxième couche de transition, formée d'argile stratifiée, jaune-verdâtre, dont l'épaisseur varie entre 4,30 et 5,40 m.

d) Le fondement de la zone est formé par un paquet d'argile marneuse sarmatienne, dans laquelle nos forages se sont arrêtés.

L'analyse des résultats expérimentaux a mis en évidence, sur la verticale des profils lithologiques, deux horizons, dénommés par nous „probables", de glissement, tous les deux situés dans la zone du diluve de pente.

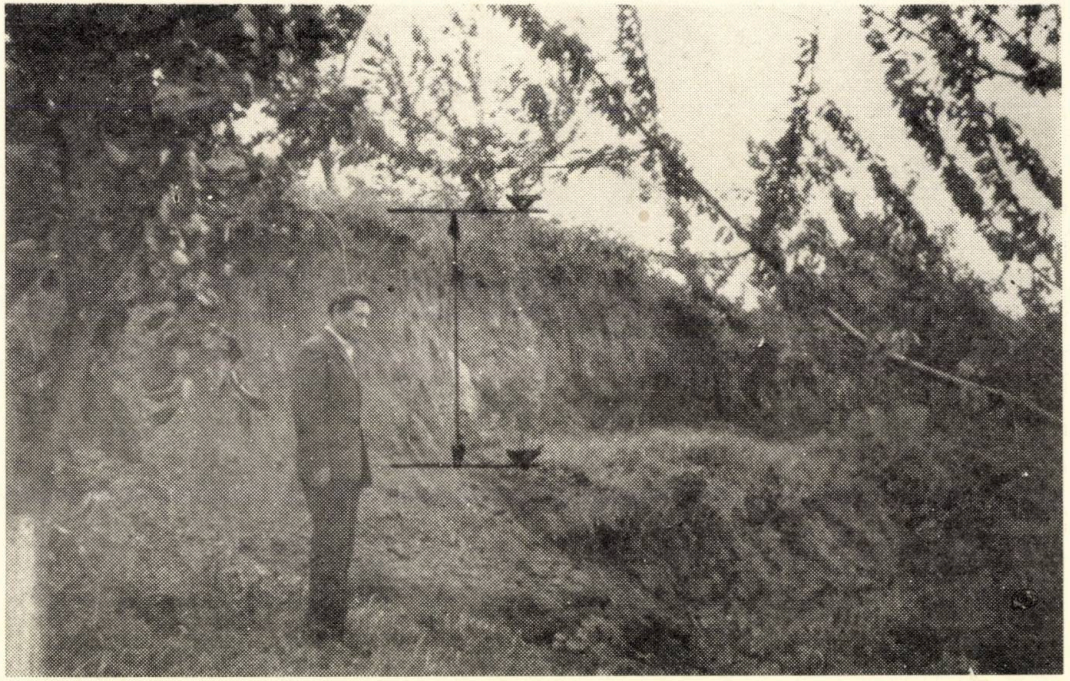


Fig. 7

Fig. 8

1° *Le premier horizon susceptible au glissement* est situé à la partie inférieure du premier paquet d'argile poussiéreuse, à une profondeur de 6 m environ, qui décroît vers l'aval. Ici se trouve emmagasinée plus abondamment l'eau phréatique ; de même on a identifié ici constamment des humidités et des poids volumétriques divers, par rapport aux autres horizons des colonnes lithologiques qui appartiennent aux forages.

2° *Le deuxième horizon de glissement*, peu important, a été considéré le plan qui sépare la couche d'argile stratifiée de celle d'argile marneuse gisant à la base.

En juillet 1969, à la suite des pluies torrentielles de longue durée, sur le versant Tg. Copou se sont déclenchés des glissements du terrain situé à une distance de 1 000 m environ, vers le Nord par rapport avec la zone étudiée.

Les phénomènes produits confirment l'existence du premier horizon sensible au glissement, signalé et identifié constamment par des méthodes radiométriques concernant la dynamique de l'humidité du terrain et le mouvement de l'eau souterraine dans toutes les étapes de recherche, sur le diluve de pente, à une profondeur de 6 m environ, qui décroît vers l'aval.

Le glissement s'est produit justement au-dessous de la corniche du *pont* de la terrasse (fig. 7) avec la rupture en forme de monticules fissurés et superposés dans l'ecoulement superficiel sur le versant (fig. 8).

4. Conclusions

Les recherches que nous avons effectué ont envisagé l'étude et l'approfondissement des possibilités d'utiliser les méthodes nucléaires en vue d'effectuer des observations systématiques *in situ* et en fonction du temps, en prenant en considération les facteurs hydrologiques, géotechniques et climatiques, de la stabilité des versants.

Reçue le 22 février 1971

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Constructions

BIBLIOGRAPHIE

1. Cernătescu A. et colab., *Contribuţii la studiul stabilităţii versanţilor din raza oraşului Iaşi.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XII**, *3—4*, 431 (1966)
2. Cosmulescu P., *Asupra unor posibilităţi de utilizare a izotopilor radioactivi în cercetarea terenului de fundaţii.* An. şt. Univ. Iaşi, s. I b **XII** (1966).
3. Oncescu M., Gaspar E., *Introducere în radiohidrologie.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1968.
4. Urbanek J., *Un appareil de mesure du degré d'humidité des sols par les néutrons.* Conf. Intern., sur l'Utilisation de l'énergie atomique, Genève, **XII**, 266 (1955).
5. Zimmermann U., *Soil-water Mouvement and Evapotranspiration. Changes in the Isotopic Composition in the Water.* Dans *Isotopes in Hydrology.* Wien, 1967, 567.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL *IN SITU* CU AJUTORUL RADIONUCLIZILOR A ALUNECĂRII VERSANŢILOR TG. COPOU – D. COPOU

(Rezumat)

Obiectul cercetărilor efectuate *in situ* şi în timp, în perioada 1965–1969, l-a constituit urmărirea dinamicii umidităţii şi greutăţii volumetrice a terenului pe zona de versanţi ai Tg. Copou – D. Copou, precum şi urmărirea regimului mişcării apei subterane: direcţie, viteză şi debit. Metodele radiometrice de investigaţie utilizate au fost umidimetria şi densimetria radiometrică în paralel cu trasorii radioactivi.

Datele obţinute în urma măsurătorilor au fost corelate cu studiul condiţiilor hidrogeomorfologice, al compoziţiei chimico-mineralogice a mediului investigat, al compoziţiei chimice a apei şi cu factorii climatologici.

Rezultatele finale au permis identificarea şi caracterizarea, pe adîncimea profilelor litologice, a două orizonturi dinstincte, sensibile la alunecare.

În luna iulie 1969, în urma unor ploi torenţiale, s-au produs importante alunecări de teren în vecinătatea zonelor investigate. Aceste alunecări au antrenat mari mase de teren pe versantul Tg. Copou, planul de alunecare fiind primul orizont sensibil pus în evidenţă şi caracterizat ca atare prin metodele radiometrice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C, Z. 526

ASUPRA UNUI NOU PROCEDEU DE REZOLVARE A PUNCTELOR TRIPLE *)

DE

GH. GAVRILOV

1. Introducere

Procesul rapid de dezvoltare a lucrărilor inginereşti din ţara noastră impune un ritm deosebit de lucru şi aplicarea unor metode cît mai eficiente în rezolvarea problemelor topogeodezice legate de îndesirea punctelor de triangulaţie, necesare reambulării planurilor topografice la scări mari.

Paralel cu metodele clasice, ca metoda triangulaţiei, metoda intersecţiei înainte, metoda intersecţiei înapoi, metoda intersecţiilor laterale, metoda punctelor duble, un loc important pentru satisfacerea cerinţelor actuale îl poate ocupa şi metoda punctelor triple.

Metoda punctelor triple constituie un mijloc nou în metodica topo-geodezică; ea vine să întregească tehnica măsurărilor în ceea ce priveşte alcătuirea reţelelor de bază.

Soluţiile preconizate pentru rezolvarea problemei punctelor triple necesită un volum mare de calcule. În acest scop lucrarea de faţă vine să completeze procesul de calcul al coordonatelor punctelor printr-un nou procedeu de rezolvare.

2. Principiul noului procedeu de calcul al coordonatelor punctelor noi P, Q, R, determinate prin metoda punctelor triple

Fie cunoscute coordonatele punctelor $A(X_A, Y_A)$; $B(X_B, Y_B)$; $C(X_C, Y_C)$ precum şi unghiurile $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$, măsurate în trei puncte noi P, Q, R; se cere să se determine coordonatele celor trei puncte noi.

*) Prezentată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, 2—4 iulie 1970

Modul de rezolvare este următorul :

1. Se compensează turul de orizont pentru fiecare din cele trei puncte noi după regulile cunoscute.

2. Se compensează unghiurile în triunghiul PQR.

3. Se rezolvă succesiv triunghiurile I, II, III, IV în care se consideră în mod provizoriu, pentru calcule, o bază arbitrară de plecare, obținîndu-se distanțele provizorii pentru toate laturile din rețeaua de puncte. Drept bază de plecare provizorie se alege latura cea mai mare din triunghiul I (PQR).

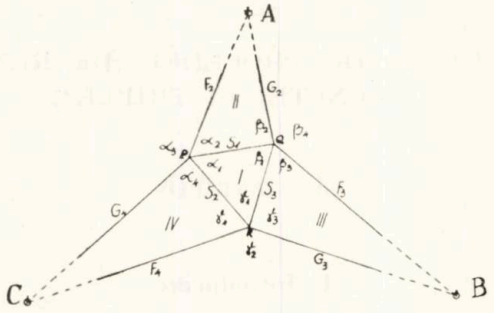


Fig. 1

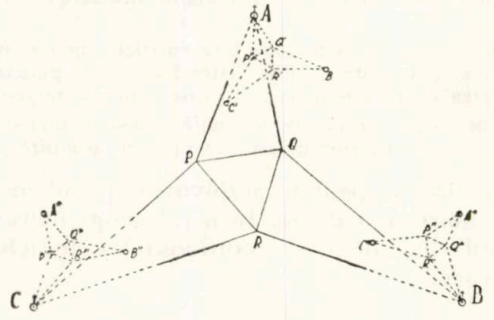


Fig. 2

4. Se atribuie o orientare provizorie arbitrară laturii AQ' care se transmite către latura $Q'B'$.

5. Avînd cunoscute orientările și distanțele provizorii ale laturilor AQ' și QB' se calculează drumuirea provizorie suspendată $AQ'B'$ ce pleacă din punctul A de coordonate cunoscute și se obțin coordonatele unui punct arbitrar B' (fig. 2).

6. Cu ajutorul coordonatelor punctelor A, B și B' se calculează orientările și lungimile dreptelor AB și AB'.

7. Cu ajutorul orientărilor obținute se deduce unghiul de corecție $\Delta\theta_1$ pentru orientări, folosind relația :

$$\Delta\theta_1 = \theta_{AB} - \theta_{AB'}. \tag{1}$$

Corecția $\Delta\theta_1$ se aplică tuturor laturilor orientate provizoriu, obținîndu-se orientările reale ale laturilor rețelei.

8. Pentru obținerea distanțelor reale ale tuturor laturilor rețelei se calculează coeficientul K_1, de transformare omotetică, cu ajutorul relației :

$$K_1 = \frac{AB}{AB'}. \tag{2}$$

9. Folosind același raționament se calculează corecțiile pentru orientări $\Delta\theta_2$ și $\Delta\theta_3$ precum și coeficienții de transformare omotetică K_2 și K_3 corespunzători celorlalte două puncte arbitrare C''' și A''' (fig. 2), folosind relațiile :

$$\Delta\theta_2 = \theta_{BC} - \theta_{BC''}, \tag{3}$$

$$\Delta\theta_3 = \theta_{CA} - \theta_{CA'''}, \tag{4}$$

$$K_2 = \frac{BC}{BC''}, \quad K_3 = \frac{CA}{CA'''}. \tag{5}$$

10. Calculul coordonatelor punctelor noi P, Q, R se poate efectua în mai multe variante.

Varianta I

a) Se calculează coordonatele punctelor P, Q, R printr-o drumuire desfășurată ce trece prin punctele A, P, Q, R, B, folosind orientările dreptelor obținute cu unghiul de corecție $\Delta\theta_1$ și distanțele cu raportul K_1. Distanțele se calculează cu relațiile :

$$\begin{cases} AP = AP'.K_1, & PQ = P'Q'.K_1, \\ QR = Q'R'.K_1, & RB = R'B'.K_1. \end{cases} \tag{6}$$

b) Se calculează coordonatele punctelor P, Q, R printr-o drumuire desfășurată ce trece prin punctele B, Q, R, P, C, folosind orientările dreptelor obținute cu unghiul de corecție $\Delta\theta_2$ și distanțele cu raportul K_2. Distanțele se calculează cu relațiile :

$$\begin{cases} BQ = B'Q'.K_2, & QR = Q'R'.K_2, \\ RP = R'P'.K_2, & PC = P'C'.K_2. \end{cases} \tag{7}$$

c) Se calculează coordonatele punctelor P, Q, R printr-o drumuire desfășurată ce trece prin punctele C, R, P, Q, A, folosind orientările dreptelor obținute cu unghiul de corecție $\Delta\theta_3$ și distanțele cu raportul K_3. Distanțele se calculează cu relațiile :

$$(8)\qquad \begin{cases} CR = C'R'.K_3, & RP = R'P'.K_2, \\ PQ = P'Q'.K_3, & QA = Q'A'.K_3. \end{cases}$$

d) Se vor considera drept coordonate definitive mediile aritmetice ale coordonatelor obținute prin rezolvarea celor trei drumuiri.

Varianta II

a) Se calculează orientările medii ale dreptelor AP, CP, AQ, BQ, CR, BR, folosind corecțiile unghiulare $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3$.

b) Se calculează raportul mediu de transformare omotetică folosind relația :

$$(9)\qquad K = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3}.$$

c) Se calculează distanțele medii ale dreptelor AP, CP, AQ, BQ, CR, BR, folosind relațiile :

$$(10)\qquad \begin{cases} AP = A'P'.K, & CP = C'P'.K, \\ AQ = A'Q'.K, & BQ = B'Q'.K, \\ CR = C'R'.K, & BR = B'R'.K. \end{cases}$$

d) Se calculează coordonatele punctelor P, Q, R, ca duble radieri, după cum urmează (fig. 1) : 1° punctul P se determină din punctele A și C, 2° punctul Q se determină din punctele A și B, 3° punctul R se determină din punctele C și B.

Varianta III

Coordonatele punctelor P, Q, R se pot obține aplicînd procedeul segmentelor capabile. Calculul se efectuează în următoarea ordine :

a) Se determină coordonatele provizorii ale punctelor P, Q, R, folosind varianta I sau varianta II.

b) Cu ajutorul coordonatelor cunoscute ale punctelor vechi și a coordonatelor provizorii ale punctelor noi se calculează elementele necesare întocmirii graficelor pentru deducerea coordonatelor definitive ale punctelor P, Q, R.

Coordonatele provizorii ale punctelor P, Q, R se pot determina și grafic, dar acest procedeu atrage după sine repetarea de mai multe ori (5...10 ori) a calculului și a întocmirii graficelor, ceea ce îngreuiază rezolvarea problemei. Din cauza aceluiași incovenient procedeul grafico-numeric a punctului apropiat nu se poate aplica în condiții optime.

Varianta IV

Pentru aprecierea rezultatelor obținute prin variantele I, II și III s-a compensat grupul de puncte P, Q, R prin metoda variației coordonatelor (procedeul Gauss).

Ordinea calculelor a fost următoarea :

a) Se determină orientarea medie, termenii liberi și coeficienții de direcție pentru cele trei puncte noi P, Q, R.

b) Se constituie ecuațiile de erori, după regulile cunoscute. Astfel, pentru cele trei puncte noi se formează 12 ecuații de erori cu ponderea 1, și 3 ecuații sumă cu ponderile $-1/n_P$, $-1/n_Q$, $-1/n_R$, pentru eliminarea necunoscutelor dz_P, dz_Q, dz_R.

c) După verificarea ecuațiilor de erori, s-au calculat coeficienții ponderați ai ecuațiilor normale.

d) Sistemul de ecuații normale a fost rezolvat prin metoda Gauss.

3. Concluzii

În urma studiului efectuat se desprind următoarele concluzii :

a) Determinarea coordonatelor punctelor de triangulație de ordinul V prin metoda punctelor triple se poate aplica în lucrările de triangulație din centre populate, în lucrările de reperaj fotogrammetric și în reambularea planurilor topografice la scări mari, precum și în ridicările curente topografice.

b) Datorită faptului că în teren se staționează numai punctele noi (de determinat), se ușurează foarte mult operațiile de teren și se realizează economii de transport și de forță de muncă.

c) Folosind în determinări puncte de triangulație inaccesibile ca : troițe, cruci de biserici, coșuri de fabrici, paratrăsnete etc., se realizează economii de materiale (referitoare la construcții de semnale) și de forță de muncă.

d) Metoda devine și mai rentabilă în zone în care punctele de triangulație sînt foarte rare și mai ales în terenuri accidentate unde măsurarea directă a distanțelor este greu de efectuat.

e) Comparînd rezultatele obținute se constată că cele trei variante propuse au abateri tolerabile în raport cu datele obținute prin t.c.m.m.p. variația coordonatelor.

Din tabelul 1 se constată abateri cuprinse între 1 și 6 cm pentru varianta I, între 2 și 8 cm pentru varianta II și între 3 și 10 cm pentru varianta III.

De asemenea comparînd volumul de calcule efectuat în cele trei variante, varianta II rezultă a fi cea mai eficientă. Varianta III nu este eficientă deoarece folosește în afară de coordonate provizorii obținute din varianta I, calcule suplimentare și construcții de grafice.

Tabelul 1

Pct.	Varianta I		Varianta IV		Abatere X		Abatere Y	
	X	Y	X	Y	+	—	+	—
				Comparație între variantele I și IV				
P	1 820,16	2 061,61	1 820,21	2 061,59	5 cm	—	—	2 cm
Q	2 251,32	2 119,49	2 251,37	2 119,47	5 cm	—	—	2 cm
R	2 101,13	1 695,41	2 101,19	1 695,40	6 cm	—	—	1 cm
				Comparație între variantele II și IV				
P	1 820,19	2 061,61	1 820,21	2 061,59	2 cm	—	—	2 cm
Q	2 251,31	2 119,53	2 251,37	2 119,47	5 cm	—	—	6 cm
R	2 101,11	1 695,38	2 101,19	1 695,40	8 cm	—	2 cm	—
				Comparație între variantele III și IV				
P	1 820,17	2 061,69	1 820,21	2 061,59	4 cm	—	—	10 cm
Q	2 251,30	2 119,53	2 251,37	2 119,47	7 cm	—	—	6 cm
R	2 101,14	1 695,43	2 101,19	1 695,40	5 cm	—	3 cm	—

La varianta III s-a încercat să se folosească coordonate provizorii determinate grafic. Rezultatele nu au fost mulțumitoare. Datorită abaterilor mari, calculele și redactarea graficelor se repetă de mai multe ori (5...10 ori), ceea ce îngreuiază mult soluționarea problemei.

Datorită aceluiași inconvenient nu se poate aplica în condiții economice procedeul grafico-numeric a punctului apropiat.

Primită la 22 martie 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de drumuri și poduri,
Laboratorul de topografie

BIBLIOGRAFIE

1. Botez M., *Geodezia*. EDP, Buc., 1969.
2. Apreutesei C. și colab., *Geodezia*. Ed. Agrosilv., Buc., 1968.
3. Gausz F. C., *Rechnungen in der Feldmesskunst*. Bd. **I**, **II**, 1906.

SUR UN NOUVEAU PROCÉDÉ POUR LA SOLUTION DES POINTS TRIPLES

(Résumé)

Le nouveau procédé qu'on présente se distingue par rapport aux procédés classiques pour la solution des points triples, par l'utilisation des points auxiliares B', C'', A''' pour le calcul des orientations et des distances. La solution du problème se réduit au calcul des coordonnées des points nouveaux P, Q, R. On présente de même une étude concernant les coordonnées des points de triangulation, déterminés par diverses méthodes.

Le procédé qu'on propose présente des avantages remarquables pour les travaux géotopométriques, en diminuant en premier lieu le temps de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 691.324

CERCETĂRI ASUPRA FACTORILOR CARE INFLUENŢEAZĂ CALITATEA MORTARURILOR CU CIMENT ALUMINOS ROMÂNESC*)

DE

RADU GRIGORESCU, ELISABETA PĂUNEL, C. CARAMAN
şi ECATERINA SOFRONIE

1. Introducere

Cimentul aluminos, prin proprietăţile sale speciale, este apt a fi utilizat în anumite sectoare, acolo unde cimenturile silicioase sînt necorespunzătoare.

După cum se ştie însă [1]...[3], el nu poate fi folosit cu muximum de eficacitate decît atunci cînd se respectă anumite condiţii la realizarea mortarurilor şi a betoanelor.

Luînd în studiu, sub diverse aspecte, cimentul aluminos $A400$ [4], [5], [8], obţinut la fabrica Comarnic, în prezenta lucrare am sintetizat rezultatele studiului efectuat asupra mortarurilor cu ciment A 400, tranşa din septembrie 1967. S-a urmărit influenţa dozajului în ciment, a factorului A/C, a calităţii agregatelor, a temperaturii din timpul preparării şi al întăririi, cît şi a modului de păstrare a probelor.

2. Influenţa dozajului în ciment

Literatura de specialitate [2] indică, în general, pentru prepararea mortarurilor cu ciment aluminos, dozaje sporite în ciment cu cantităţi pînă la 50% faţă de cazurile cînd se foloseşte cimentul silicios, dozaje dictate în special de capacitatea de rezistenţă la agenţii agresivi.

În experimentările pe care le-am efectuat am folosit 350, 450, 500 şi 650 kg ciment/m^3 de mortar. Toate epruvetele s-au realizat cu nisip normal şi cu acelaşi factor $A/C = 0{,}60$. Prepararea s-a efectuat pe cale manuală, compactarea prin îndesare cu vergeaua, probele s-au păstrat în

*) Prezentată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, 28–30 septembrie 1967.

mediu aerian, la temperatura de circa 17°C. Rezistențele la compresiune realizate sînt prezentate în tabelul 1 și grafic în fig. 1 și 2, din analizarea cărora rezultă următoarele observații:

a) Rezistențele la compresiune ale mortarurilor cu ciment aluminos *A*400 cresc rapid în primele zile, pentru ca, în continuare, creșterea să fie relativ lentă.

Tabelul 1

Influența dozajului în ciment asupra rezistenței la compresiune a mortarelor cu ciment aluminos românesc (A400)

Ind. probei	Condiții de preparare și păstrare	Dozaj ciment kg/m³	Rezistența la compresiune kgf/cm²						
			1 zi	3 zile	creș-tere %	7 zile	creș-tere %	28 zile	creș-tere %
1	Ciment aluminos *A*400; nisip normal; factor *A*/*C* = 0,60	350	30 40 35 *M* = 35	72 68 68 *M* = 70	100	140 145 140 *M* = 142	306	210 205 195 *M* = 203	480
2	Preparare manuală; compactarea prin îndesare cu vergeaua	450	60 56 56 *M* = 57	120 108 140 *M* = 123	116	192 162 198 *M* = 184	222	300 310 285 *M* = 298	422
			creștere + 63 %	+ 76 %		+ 30 %		+ 47 %	
3	Păstrare în aer la temperatură *M* ± 2°C	500	67 72 71 *M* = 69	226 190 195 *M* = 203	194	335 230 250 *M* = 238	245	360 330 360 *M* = 350	407
			creștere + 97 %	+ 190 %		+ 68 %		+ 72 %	
		650	120 110 128 *M* = 119	226 236 216 *M* = 226	90	264 294 260 *M* = 275	129	395 410 400 *M* = 402	238
			creștere + 240 %	+ 223 %		+ 92 %		+ 98 %	

b) Dacă rezistența atinsă la o zi se consideră 100%, atunci la 3 zile rezistența ajunge la circa 200%, la 7 zile la circa 300% și după 28 zile la circa 400%.

c) Curbele indică o viteză de creștere a rezistențelor mai mare decît creșterea dozajului în liant. Se constată astfel că sporirea dozajului de

ciment cu 28% conduce la o creștere a rezistenței la compresiune cu 47%; o sporire a cantității de ciment cu 43% atrage un spor de rezistență de 72%, iar creșterea dozajului cu 86% este însoțită de creșterea rezistenței cu 98%.

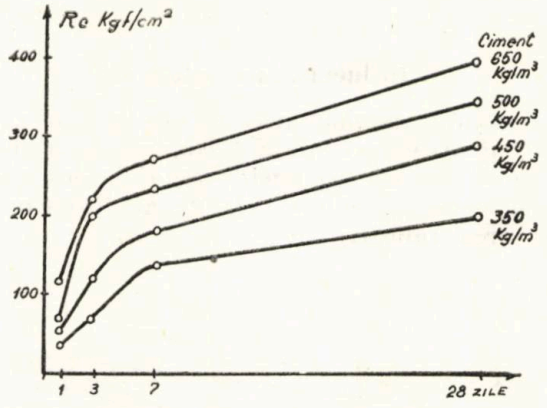


Fig. 1.—Variația rezistenței la compresiune a mortarurilor cu ciment aluminos *A*400 în funcție de dozajul în ciment.

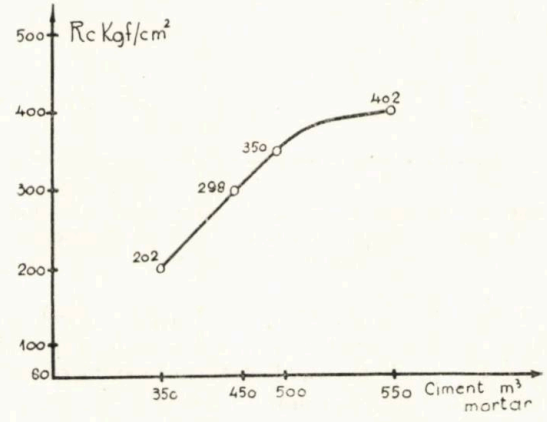


Fig. 2.—Variația rezistenței la compresiune la 28 zile la mortarurile cu ciment aluminos *A*400 în funcție de dozajul în ciment.

d) În fig. 2 se observă că pentru dozajele de ciment cuprinse între 350 și 500 kg/m³ rezistențele la compresiune ale mortarurilor cresc liniar, într-un ritm rapid. Sporirea în continuare a dozajului de ciment are drept efect o creștere mai lentă a rezistențelor la compresiune.

În concluzie, în intervalul de timp de 28 zile de la preparare, mortarurile prezintă o bună comportare la solicitările de compresiune ; la un factor A/C suficient de mare (0,60), impus de condiția asigurării lucrabilității, la dozaje de ciment $A400$ comparabile cu cele folosite la mortarurile cu cimenturi silicioase, se obțin rezistențe la compresiune de 2...3 ori mai mari.

3. Influența factorului A/C

În genere, cimentul aluminos necesită o cantitate mai mare de apă pentru hidratare, dar orice exces de apă conduce la scăderea simțitoare a rezistențelor mecanice. Se știe că unele eșecuri la construcții importante, unde s-a lucrat cu ciment aluminos [1], [2], au fost cauzate de folosirea unui factor A/C prea ridicat.

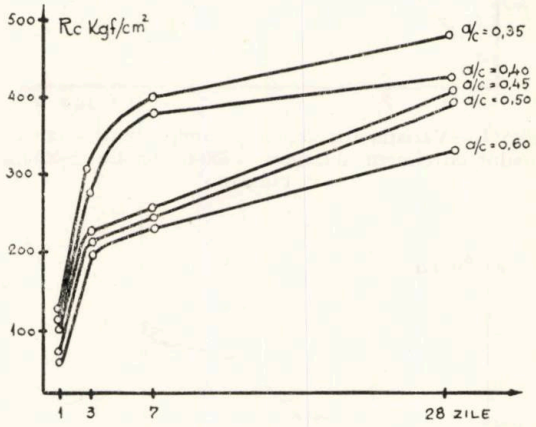


Fig. 3.—Variația rezistenței la compresiune la mortarurile cu ciment aluminos $A400$ în funcție de factorul A/C folosit.

Dată fiind influența deosebită exercitată de acest parametru asupra comportării în timp a mortarurilor cu ciment aluminos, în încercările pe care le-am efectuat s-a variat factorul A/C de la 0,35 pînă la 0,60. S-a menținut constant dozajul de 500 kg ciment $A400$ la m³ mortar, iar drept agregat s-a folosit nisip normal STAS 3-56 ; probele s-au preparat pe cale mecanică iar compactarea s-a realizat pe masă vibrantă de laborator, timp de 30...40 sec. Epruvetele pînă la încercare au fost păstrate în aer, la temperatura de 17° ± 2°C. Rezultatele încercărilor sînt prezentate grafic în fig. 3 și 4.

a) Valorile cele mai mari ale rezistențelor la compresiune sînt obținute la factorul $A/C = 0{,}35...0{,}40$, cu viteze de creștere accentuate numai pînă la 7 zile.

b) Factorul $A/C = 0{,}35$ deși conduce la obținerea valorii maxime a rezistenței la compresiune, este incomod de folosit, căci implică măsuri energice de compactare.

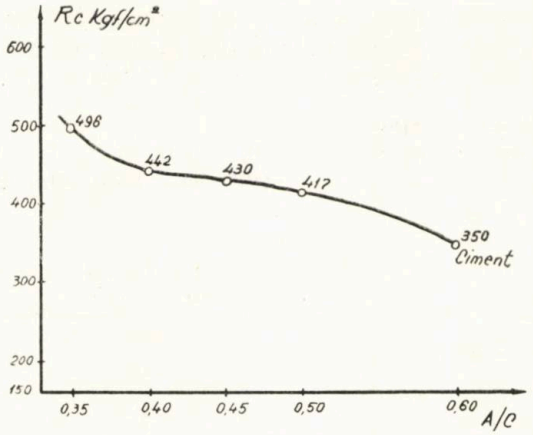


Fig. 4. — Variația rezistenței la 28 zile la mortarurile cu ciment aluminos românesc $A400$ în funcție de factorul A/C folosit.

c) Folosirea factorului $A/C = 0{,}45...0{,}50$ permite obținerea de mortaruri a căror rezistență la compresiune crește în mod evident pînă la 28 zile, cînd se apropie de valorile mortarurilor obținute cu $A/C = 0{,}40$; viteze accentuate ale rezistențelor s-au înregistrat numai pînă la vîrsta de 3 zile.

d) În cazul mortarurilor cu factorul $A/C = 0{,}60$ creșterile rezistențelor la compresiune au loc mai accentuat pînă la 7 zile și apoi curba prezintă o lentă ascensiune pînă la 28 zile.

e) Din graficul prezentat în fig. 4 rezultă că rezistența la compresiune la 28 zile a mortarului cu ciment $A400$ este mult influențată de factorul A/C, căci o variație a factorului A/C de la valoarea 0,35 la 0,60 aduce o scădere a rezistenței de la 498 kg/cm² la 350 kg/cm².

În concluzie, prin experimentările efectuate s-a demonstrat că la mortarurile cu un dozaj de circa 500 kg ciment/m³, factorul $A/C = 0{,}45...$ 0,50 este cel mai indicat, căci se obțin mortaruri lucrabile și cu rezistențe la compresiune satisfăcătoare.

4. Influența calității agregatului

Agregatele, deși considerate încă inerte, prin compoziția mineralogică și granulometrică, prin reacțiile la care participă la contactul cu cimentul [6], [7] și în genere prin calitatea și cantitatea lor, influențează considerabil proprietățile mortarurilor.

În mod deosebit mortarurile cu ciment aluminos reclamă folosirea nisipurilor curate, lipsite de carbonaţi, iar fracţiunea $< 0{,}5$ mm să fie într-o proporţie cît mai redusă pentru a face posibilă utilizarea unui factor A/C cît mai mic.

Pentru încercările de laborator, în scopul verificării influenţei agregatului, s-au confecţionat atît cuburi din mortar cu nisip normal, cît şi cu nisip de rîu (nisip de Doaga) cu următoarea compoziţie granulometrică :

Nisip de Doaga nespălat: 0...7 mm ;

sita-ciurul cu ochiul, [mm] :	0,5	1,0	3	7	15
trecut, [%] :	19,7	75,7	88,0	99,0	100

Tabelul 2

Compoziţia granulometrică a nisipului de Doaga utilizat la prepararea mortarurilor cu ciment A400

Calitatea nisipului	Trecut prîn sita-ciurul cu ochiul de				
	0,5 mm	1 mm	3 mm	7 mm	15 mm
Nisip nespălat 0...7 mm	10,7	75,7	88,0	97,0	100
Nisip nespălat $>$ 0,5 mm	—	27,3	66,3	93,3	100
Nisip spălat $>$ 0,5 mm	—	27,3	66,3	93,3	100

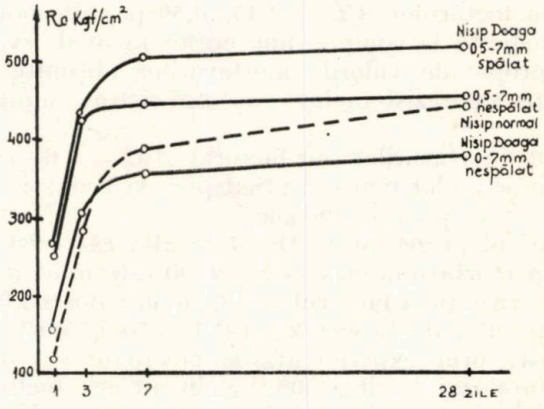


Fig. 5. — Variaţia rezistenţei la compresiune a mortarurilor cu ciment aluminos $A400$ în funcţie de calitatea agregatului folosit.

Graficele prezentate în fig. 5 redau variaţia rezistenţei la compresiune a mortarurilor realizate cu cele patru categorii de nisipuri, cu un dozaj de 500 kg ciment/m³ şi cu $A/C = 0{,}40$, preparate pe cale mecanică, compactate 30...40 sec pe masa vibrantă şi păstrate în aer la circa 20°C. Se observă că :

a) Pentru toate cazurile se constată o creștere rapidă a rezistenței la compresiune în primele trei zile, după care curba tinde să devină paralelă cu abscisa ; numai mortarurile cu nisip normal continuă să înregistreze creșteri ale rezistențelor în timp.

b) Prin îndepărtarea din nisip a fracțiunii $< 0{,}5$ mm rezistențele cresc cu 25% la 20 zile.

c) Prin spălarea fracțiunii 0,5...7 mm se obțin sporuri de rezistență de 14%.

5. Influența temperaturii din timpul preparării și întăririi mortarului

Pentru urmărirea influenței acestui factor s-au efectuat determinări pe cuburi de probă cu un dozaj constant de 500 kg ciment/m³ și cu același factor $A/C = 0{,}40$. S-a variat natura agregatului în ipotezele : a) nisip nespălat 0...7 mm, b) nisip nespălat 0,5...7 mm și c) nisip spălat 0,5...7 mm.

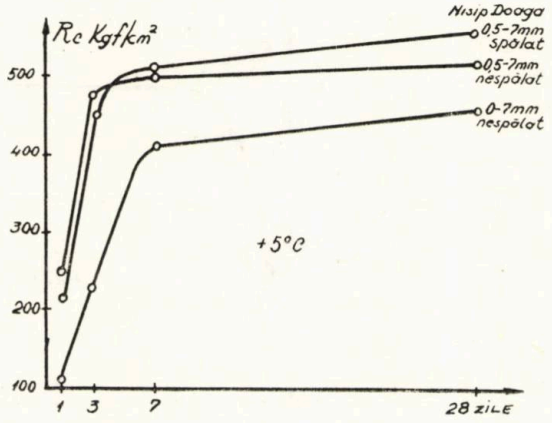


Fig. 6. — Variația rezistenței la compresiune a mortarurilor cu ciment *A* 400, preparate și păstrate la 5°C.

S-au impus patru scări de temperatură și anume : + 5°C, + 12°C, + 22°C și + 40°C.

Din rezultatele obținute și prezentate grafic în fig. 6...9 rezultă creșteri evidente ale rezistențelor pînă la 7 zile, cînd temperatura mediului este 5°C și 12°C, pe cînd în cazul temperaturii de 22°C rezistențele cresc evident numai pînă la 3 zile.

6. Influența mediului de păstrare a probelor

S-a studiat influența acestui parametru pe serii de mortaruri preparate cu nisip normal și cu nisip de Doaga, la două scări de temperatură (+ 10°C și + 20°C). Rezultatele obținute s-au prezentat grafic în fig. 10

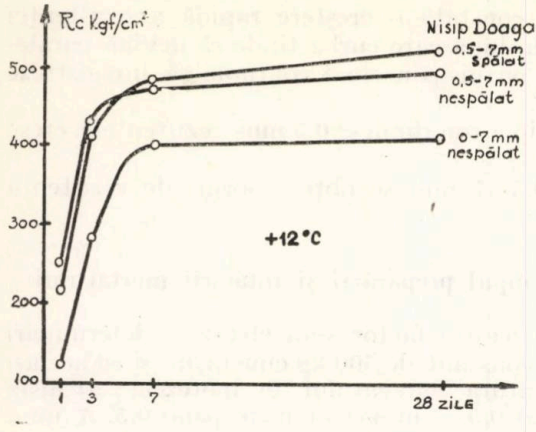


Fig. 7. — Variaţia rezistenţei la compresiune a mortarurilor cu ciment *A*400, preparate şi păstrate la 12°C.

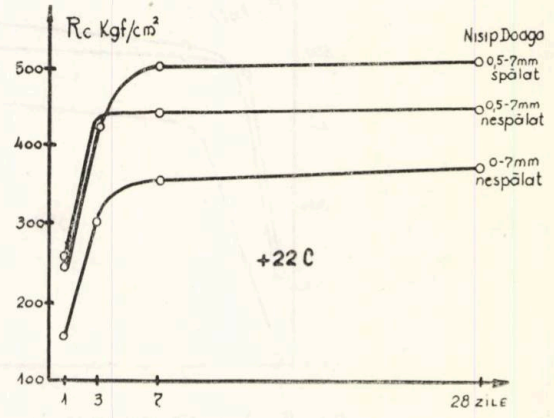


Fig. 8. — Variaţia rezistenţei la compresiune a mortarurilor cu ciment *A*400, preparate şi păstrate la 22°C.

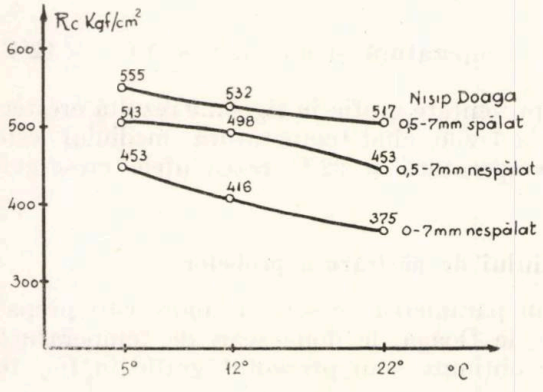


Fig. 9. — Variaţia rezistenţei la compresiune la 28 zile a mortarurilor cu ciment *A*400 în funcţie de temperatura din timpul preparării şi al întăririi.

și 11, de unde apare evidentă influența pozitivă a mediului aerian în care sînt păstrate probele de mortar în timpul întăririi ; probele păstrate în apă au rezistențe la compresiune cu 25% mai reduse decît cele păstrate în aer. Rezistențele mecanice cele mai mari s-au obținut în cazul probelor păstrate în aer la temperatura de + 10°C.

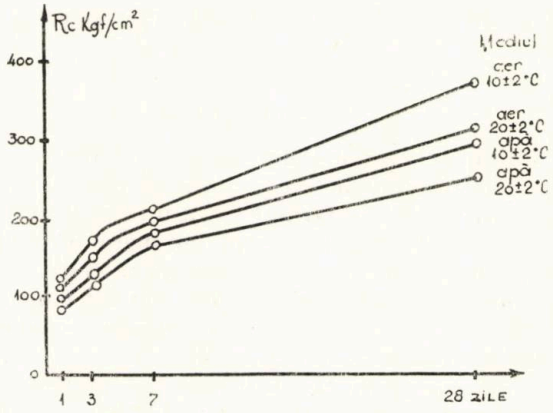


Fig. 10.—Variația rezistenței la compresiune a mortarurilor cu ciment *A*400 și cu nisip de Doaga în funcție de mediul de păstrare a probelor.

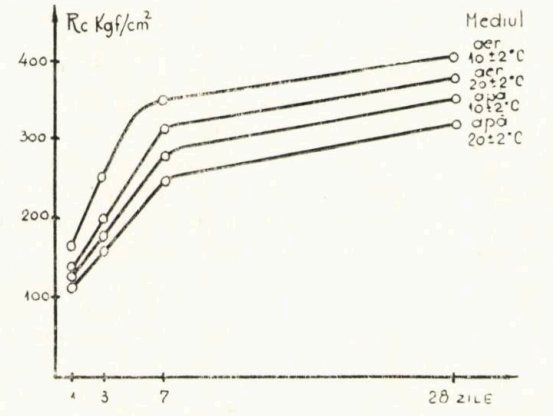


Fig. 11.—Variația rezistenței la compresiune a mortarurilor cu ciment *A*400 și cu nisip normal în funcție de mediul de păstrare a probelor.

7. Modul de rupere a epruvetelor

Prin examinarea suprafeței rezultate după ruperea cuburilor de probă, s-a constatat că există o bună aderență între cimentul aluminos $A400$ și agregatele cu suprafața rugoasă sau reacționabilă în prezența unor componenți hidratați din cimentul aluminos ; acest liant îmbracă mai bine granulele de agregat decît cimenturile silicioase.

Forma rezultată prin ruperea epruvetelor este asemănătoare cu cea a probelor rupte realizate din beton de mărci superioare și cu cimenturi silicioase.

8. Concluzii

Urmărind stabilirea parametrilor optimi de lucru la mortarurile cu ciment aluminos $A400$ (lucrîndu-se cu cimentul din tranșa livrată în septembrie 1966 de fabrica din Comarnic) s-a ajuns la următoarele concluzii :

1. Dozajul în ciment din mortarul cu nisip normal și $A/C = 0{,}60$ exercită următoarele influențe asupra rezistenței la compresiune : cu 350 kg ciment/m^3 se obține $R_{28} = 200$ kgf/cm^2, cu 450 kg ciment/m^3, $R_{28} = 300$ kgf/cm^2, cu 500 kg ciment/m^3, $R_{28} = 350$ kgf/cm^2, cu 650 kg ciment/m^3, $R_{28} = 400$ kgf/cm^2 (tabelul 1 și fig. 1, 2).

2. Valorile cele mai mari ale rezistențelor mortarurilor la compresiune se obțin cînd $A/C = 0{,}35...0{,}40$. La dozajele de 500 kg ciment/m^3 lucrabilitatea este asigurată la $A/C = 0{,}45...0{,}50$. O variație a factorului A/C de la 0,35 la 0,60 aduce o scădere a rezistenței la compresiune, la vîrsta de 28 zile, de la 498 kgf/cm^2 la 350 kgf/cm^2 (fig. 3, 4).

3. Rezistența la compresiune a mortarului este accentuat influențată de calitatea agregatului. Prin îndepărtarea fracțiunii $< 0{,}5$ mm din nisip, R_{28} a mortarului crește de la 376 kgf/cm^2 la 453 kgf/cm^2, iar prin spălarea nisipului 0,5...7 mm, R_{28} ajunge la 517 kgf/cm^2 (fig. 5).

4. Din seria de temperaturi la care s-a lucrat ($+5°, +12°, +22° + 40°$C), valorile R_{28} cele mai mari s-au obținut la $+ 5°$C (fig. 6...9).

5. R_{28} cu valorile cele mai mari s-au obținut la probele întărite în mediu aerian și la temperaturi de $+ 10°$C (fig. 10, 11).

6. Modul de rupere a epruvetelor solicitate mecanic dovedește o bună conlucrare (aderență, mod de îmbrăcare cu pastă ciment a agregatului) între liant și agregat, iar forma după rupere este corespunzătoare mortarurilor și chiar betoanelor de calitate superioară.

Primită la 6 iulie 1970

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fundații și materiale de construcții,
Laboratorul de materiale de construcții

BIBLIOGRAFIE

1. Biczoc I., *Coroziunea și protecția betonului*, (trad. din l. maghiară). Buc., 1965.
2. Duriez M., *Nouveau traité de matériaux de construction*. T. 1, 2, Paris, 1961.
3. Lafusa R., *Liants hydrauliques*. Paris, 1965.

4. Păunel E., Bordea A., Iorga R., Alexandrescu E., Vasiliu A., *Contribuții la studiul compoziției și a structurii cimentului aluminos.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVI (XX)**, *3–4*, s. V, 75 (1970).
5. Păunel E., Grigorescu R., Dascălu V., *Studiu în vederea stabilirii parametrilor optimi de obținere a betoanelor cu ciment aluminos românesc.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIV(XVIII)**, *3–4*, 673—680 (1968).
6. Steopoe Al., *Agregatele silicioase în betoane.* Rev. Constr. și a Mater. de Constr., *3*, 142–145 (1967).
7. Steopoe Al., *Agregatele calcaroase în betoane.* Rev. Constr. și a Mater. de Constr., *4*, 207—211 (1967).
8. Vasilescu F., Păunel E., Sofronie E., Grigorescu R., Caraman C., *Cercetări asupra proprietăților fizico-mecanice ale cimenturilor aluminoase românești.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVII (XXI)**, *1–2*, s. V, 73 (1971).

SUR LES FACTEURS QUI INFLUENCENT LA QUALITÉ DES MORTIERS AVEC DU CIMENT ALUMINEUX ROUMAIN *A*400

(Résumé)

On présente les résultats de l'étude effectuée concernant les conditions nécessaires pour obtenir des mortiers avec du ciment alumineux roumain, dans lesquels le liant doit être utilisé avec une efficacité maxima.

La résistance à la compression a constitué l'indice d'appréciation de l'influence du dosage en ciment, du facteur *A*/*C*, de la qualité de l'agrégat, de la température et du degré de l'humidité du milieu dans lequel a lieu la hydratation du ciment.

On a étudié la variation en temps de la résistance à la compression déterminée par les facteurs énumérés ci-dessus.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XVII (XXI), fasc. 3–4, 1971
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

УДК 626.1

ИССЛЕДОВАНИЯ УСЛОВИИ ПОГОШЕНИЯ ЭНЕРГИИ В БЫСТРОТОКАХ С ИСКУССТВЕННОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ, ТИПА НОРМАЛЬНЫХ БРУСКОВ*)

ЛОНГИН МАКАРЕВИЧ, ВИКТОР ЗАВАТИ, ВИРДЖИЛ БРЯБЭН и ЕМАНОИЛ БЫРСАН

1. *Введение*

Быстротоки имеют очень широкое распространение среди гидротехнических сооружении, для сброса излишков воды в поводки из водохранилища, а также и для сопряжения нескольких водосточных участков в случае больших перепадов. Благодаря значительному уклону ($i > i_{kp}$), эти сооружения обеспечивают перенос больших расходов при относительно небольших затратах в сравнении с другими сооружениями сопрягающими бьефы (ступеньчатые перепады, галерей и колодцы). Скорость проточных вод в таких водостоках слишком велика и, в практике, для ее замедления, прибегают к устройству искусственной шероховатости, различных типов в форме брусков (нормальных или ломаных), зубцов или лотков с данными ступенями. В некоторых случаях, кроме данных брусков, устраивают также бортовые ребра укрепленных на стенка лотка, предусматривая таким образом боковые искусственные шероховатости.

В области водосточных сооружении с искусственными шероховатостями, опубликованы многочисленные работы в которых изучилось эффект различных типов шероховатости на скорость движения воды и предлагались различные способы установления зависимостей для расчета соответствующих размеров. Существующие предложения расчета искусственных шероховатостей, основываются на гипотезе равномерного движения воды в быстротоках, обеспечивая таким образом возможность применения формулы Шези. В некоторые методы (Ф. И. Пикалов, А. И. Фалькович, Е. А. Замарин и др.) коэффициент быстроты (C) заменяется характеристикой искусственной шероховатостью (K):

$$v = \frac{\sqrt{Ri}}{K}, \tag{1}$$

где:

$$K = \frac{1}{C}. \tag{2}$$

*) Представлено на научной сессии Ясского Политехнического Института, 2—4 июля 1970.

Для определения характеристики искусственной шероховатости K, Пикалов, на основании своих многочисленных экспериментальных испытании, установил следующую эмпирическую формулу [1]...[5], для расчета главных типов шероховатостей :

(3) $$1\,000\,K = a - c\alpha + d\beta^{1}),$$

где :

$$\alpha = \frac{h}{\sigma} \quad \text{и} \quad \beta = \frac{b}{h};$$

обозначения даны на рис. 1.

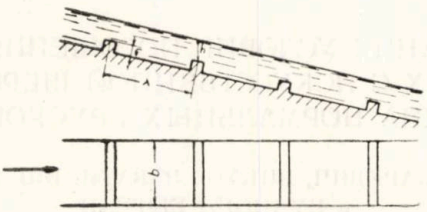


Рис. 1

В этой формуле коэффициенты a, c, d имеют постоянные значения для той же шероховатости. Таким образом, в случае нормальных брусков, формула (3) имеет следующий вид :

(4) $$1\,000\,K = 47{,}5 - 1{,}2\alpha + 0{,}1\beta$$

и она действительна при $\alpha \in [3, 8]$ и $\beta \in [1, 12]$.

Формулы (3) и (4) были установлены для уклона в 15%. При уклонах разнящихся от 15%, в расчета K, по формуле (4), необходима поправка пользуясь факторами s, предусмотреными в таблице 1.

Таблица 1

i, [%]	4	7	10	15	20
s	0,9	1,0	1,1	1,0	0,9

Что же касается расстояния между шероховатостями, то оно береться по Пикалову, независимо от их типа :

$$\lambda = 8\sigma.$$

Формула Пикалова имеет эмпирический характер и она приложима только в некоторых пределах α и β, а полученные результаты подлежаны обсуждению.

Гипотеза допускаемая в некоторых теориях, что движение воды в канале с искусственной шероховатостью равномерно, может считаться приемлемой, только в некоторых случаях,

---

[1]) В формулах Пикалова сохранены обозначения автора.

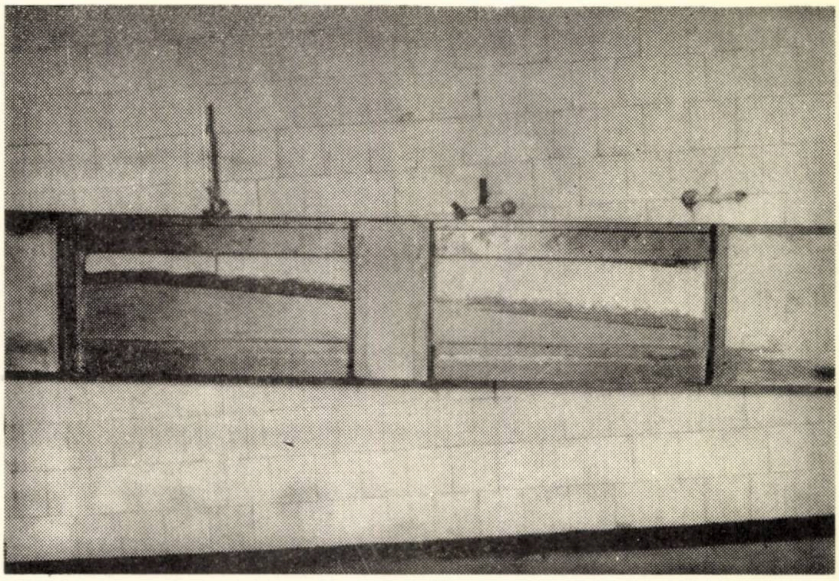


Рис. 3

2. *Основы принципа метода*

Из экспериментальных исследований проведенных авторами настоящей работы, выяснилось что гипотеза равномерного движения может быть допустима только в случае больших расходов, низких брусков и коротких расстоянии между ними.

Однако, в общем форме, свободная поверхность потока волнообразна с изменениями глубины между двумя соседными брусками (рис. 2, 3 и 6).

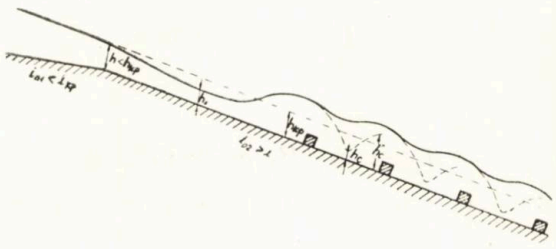


Рис. 2

На основании экспериментальных наблюдений авторов, в случае водостоков с прямоугольным сечением и с нормальными брусками при разработке расчетных формул, была допущена гипотеза, по которой два соседние бруска, представляют собой водослив и следовательно порог погашения энергии, и между ними, имеет место затопленный гидравлический прыжок (рис. 4).

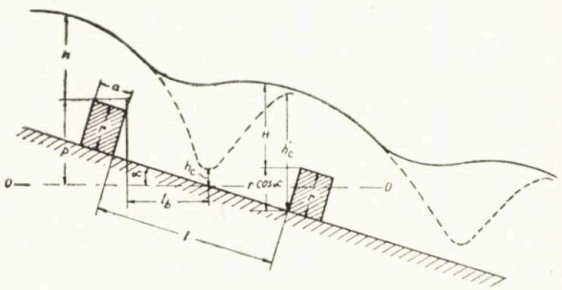


Рис. 4

Пользуясь значениями из рис. 4 можно написать:

5)
$$p = l_b \operatorname{tg}\alpha + \frac{r}{\cos\alpha} + a\sin\alpha,$$

где:

(6)
$$l_b = 1{,}25\sqrt{H_0\,(p + 0{,}45H_0)}$$

представляет длина отлета струи [4], в случае водослива с тонкой стеной. H_0 из выражения (6) вычисляется по формуле расхода затопленного водослива [4]:

(7) $$H_0 = \sqrt[3]{\frac{q^2}{2g\,\sigma_i^2\,m^2}},$$

где: H_0 — напор водослива, исправленный на величину скоростного напора, q — расход на 1 пог. м ширины водослива, g — ускорение тяжести, m — коэффициент расхода, $\sigma_i = 0{,}95$ — коэффициент затопления.

Заменяя в выражении (5) и обозначая:

(8) $$A = \frac{r}{\cos\alpha} + a\sin\alpha,$$

получаем:

$$p - A = 1{,}25\sqrt{H_0\,(p + 0{,}45H_0)}\,\operatorname{tg}\alpha\,.$$

Возведя это выражение на вторую степень и группируя члены, получаем:

(9) $$p^2 - (2A + 1{,}56H_0\operatorname{tg}^2\alpha)\,p + (A^2 - 0{,}7H_0^2\operatorname{tg}^2\alpha) = 0\,.$$

Обозначая члены в скопках через:

(10) $$B = 2A + 1{,}56H_0\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{2r}{\cos\alpha} + 2a\sin\alpha + 1{,}56H_0\operatorname{tg}^2\alpha\,,$$

(11) $$C = A^2 - 0{,}7H_0^2\operatorname{tg}^2\alpha = \left(\frac{r}{\cos\alpha} + a\sin\alpha\right)^2 0{,}7H_0^2\operatorname{tg}^2\alpha\,,$$

можно написать:

$$p^2 - Bp + C = 0\,,$$

откуда:

(12) $$p = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}.$$

Приняв плоскость сравнения *O-O*, на уровне дна сжатого сечения (рис. 4), получим для удельной энергии потока, в верхнем бьефе первого бруска, следующее выражение:

(13) $$E = p + H_0.$$

В зависимости от E, может быть определена глубина сжатого сечения и соответствующая сопряженная h_c''. Сопряженная глубина h_c'' можно быть определена непосредственно, используя графики [5], в зависимости от отношения $E/h_{\text{кр}}''$ и коэффициента скорости φ, для которого можно взять как среднюю величину $\varphi = 0{,}9$.

Критическая глубина в случае прямоугольных сечении, выводится из известной формулы:

$$h_{kp} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}, \tag{14}$$

в которой можно считать коэффициент $\alpha = 1$.

Поставив условие, что в сжатом сечении прыжок будет затоплен, согласно рис. 4 можно написать:

$$r \cos \alpha + H = \sigma h_c'' \tag{15}$$

или:

$$r = \frac{\sigma h_c'' - H}{\cos \alpha}, \tag{16}$$

где $\sigma \in [1{,}05;\ 1{,}10]$ — коэффициент запаса,

$$H = H_0 - \frac{\alpha v_0^2}{2g} \tag{17}$$

и

$$v_0 = \frac{q}{\sigma h_c''}. \tag{18}$$

3. *Проведение расчета*

Для определения высоты брусков r, в случае расхода q и уклона i, расчет производится путем испытаний. Пользуясь выражением (12), в котором предписаны значения r и a, высчитывается p. С помощью формул (13) и (14) вычисляются E и h_{kp} и определяется из графика [5] h_c''. Введя h_c'' и H полученый из формулы (17) в выражение (16), эта последняя должен проверятся, а в случае несоответствия, расчет будет пересмотрен, пользуясь для r, величины из предыдущей испытания.

На основании этого способа расчета высоты брусков, при различных значениях уклона и расхода на единицу ширины водостока, была построена диаграмма, представленная на рис. 5 (считая $\sigma = 1$).

Данные расчета высоты брусков на основании допущеной гипотезы были подтверждены экспериментальными исследованиями в лаборатории на моделях построеных по масштабу, пользуясь специальным лотком с урегулированным уклоном (рис. 3 и 6).

Этим же экспериментальным путем явилась возможность установить оптимальное расстояние между брусками. Таким образом, оказалось что затопление прыжке и образование найбольшей глубины в лотке, получается в случае когда бруски, расположены ниже сжатого сечения (рис. 6) на расстоянии $(1...2)\,r$. В таком случае, расстояние между внутренными поверхностями двух соседних брусков (рис. 4) будет определено:

$$l = ri + \frac{l_b}{\cos \alpha} + (1...2)\,r. \tag{19}$$

Допуская для расстояния между осями брусков наибольшее значение l, в выражении (19), была построена диаграмма ее изменении в связи с q и i (рис. 7).

Диаграммы из рис. 5 и 7 позволяют непосредственное определение высоты и расстояния между нормальными брусками при изменяющихся уклонах между 10% и 50% и при изменяющихся расходах между 0,5 и 10 $m^3/s/m$.

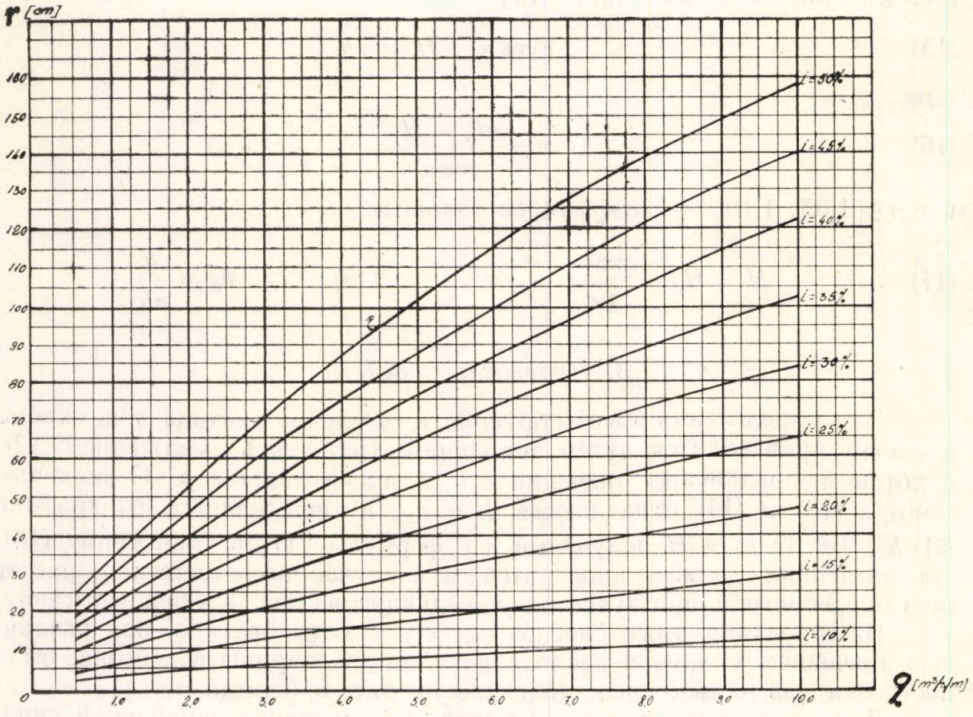


Рис. 5

Пользование этими диаграммами дает возможность разрабатывать рационально проэкты быстротоков с прямоугольным сечениям и нормальными брусками, путем анализа вариантов при различных значениях уклона i и удельного расхода q.

Разработанные диаграммы могут быть также использованы с некоторой приближенностью и для лотков с трапецоидальным сечением, считая как удельный расход, значение соответствующее прямоуголному сечению такой же глубины, эквивалентное по величине $(q = 2Q/(B + b))$.

В случае лотков с трапецоидальным сечением бруски предусматриваются как на дне, так и на бортовых стенах. Имея ввиду что вблизи

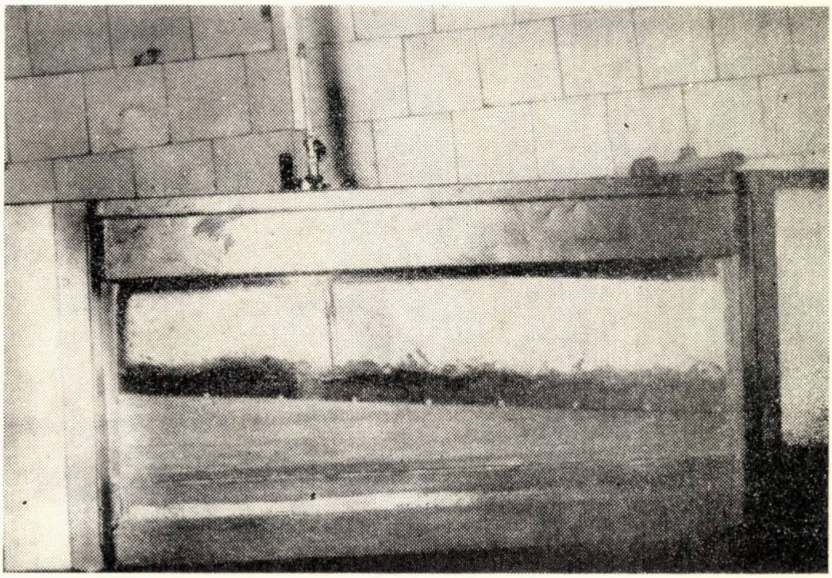


Рис. 6

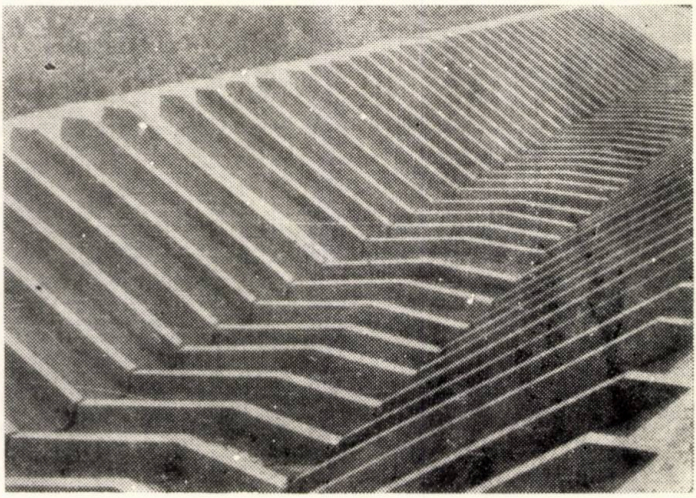


Рис. 8

стенок скорости уменьшаются с глубиной, можно было бы снизить высоту брусков от дна к поверхностью. Поскольку это усложнило бы строение, рекомендуется устанавливать бруски с постоянной высотой (рис. 8).

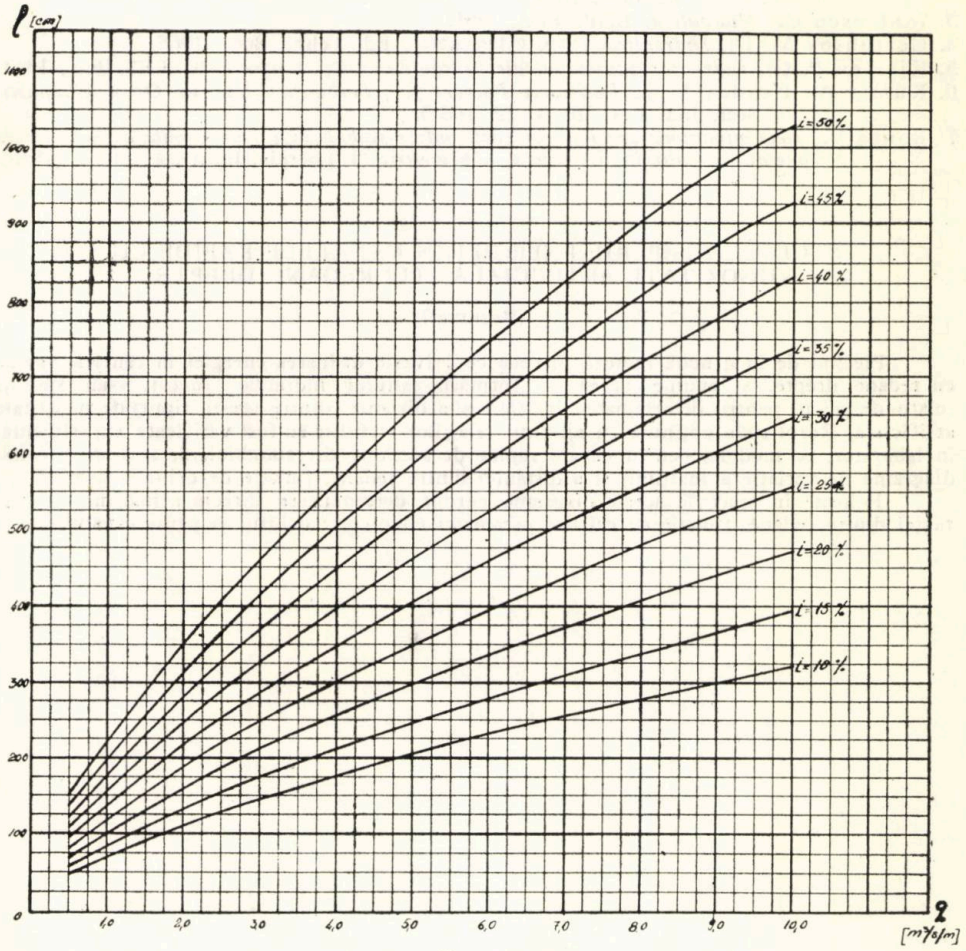


Рис. 7

Для лотков с трапецоидальным сечением, высота и расстояние между брусками полученое по диаграммам из рис. 5 и 7, могут быть использованы как начальные значения для проведения экспериментальных исследований на моделях.

Поступила в 22 февраля 1970

Ясский политехнический институт,
Кафедра гидротехнических сооружений

ЛИТЕРАТУРА

1. Agroskin I. I., Dmitriev K. T., Pikalov F. I., *Hidraulica*, (пер. с русского). Vol. II, EES, Buc., 1953.
2. Zamarin E. A., Popov K. V., Fandeev V. V., *Construcţii hidrotehnice*, (пер. с русского). I. D. T., Buc., 1952.
3. Mateescu C., *Hidraulica*. EDP, Buc., 1961.
4. Certousov M. D., *Hidraulica*, (пер. с русского). Ed. Tehn., Buc , 1966.
5. Kiselev P. G., *Îndreptar pentru calcule hidraulice*. (пер. с русского). EES, Buc., 1953.
6. Kumar A., Pandey V. J., *Resistance Factors for Turbulent Flow in Open Channels*. J. of Sect. Ind. Res., **20 B**, *12* (1961).
7. Bonta V., *Determinazione sperimentale dell'indice scabrezza in un canale a pelo libero conseda in galleria, in roccia, nonrivestita*. L'Energia Electrica, **36**, *3* (1959).

STUDIUL DISIPĂRII ENERGIEI ÎN CANALELE RAPIDE CU RUGOZITATE ARTIFICIALĂ, TIP REDANE DREPTE

(Rezumat)

Plecînd de la o nouă ipoteză în ceea ce priveşte disiparea energiei în canalele rapide cu redane drepte, şi anume aceea a formării saltului hidraulic înecat, s-au stabilit relaţii de calcul pentru determinarea înălţimii şi a distanţei dintre aceste tipuri de rugozitate artificială. Rezultatele obţinute cu ajutorul relaţiilor stabilite au fost verificate experimental în laborator, pe modele, pentru canale rapide de secţiune dreptunghiulară, şi s-au întocmit diagrame de variaţie a înălţimii şi a distanţei dintre redane, funcţie de debit şi pantă.

Folosite în practică, aceste diagrame permit determinarea directă a înălţimii şi distanţei dintre redane, funcţie de cei doi parametri cunoscuţi: debitul şi panta canalului.

Nr. coli tipar 6,75

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică Iași, str. V. Alecsandri 12
sub comanda 260
Republica Socialistă România